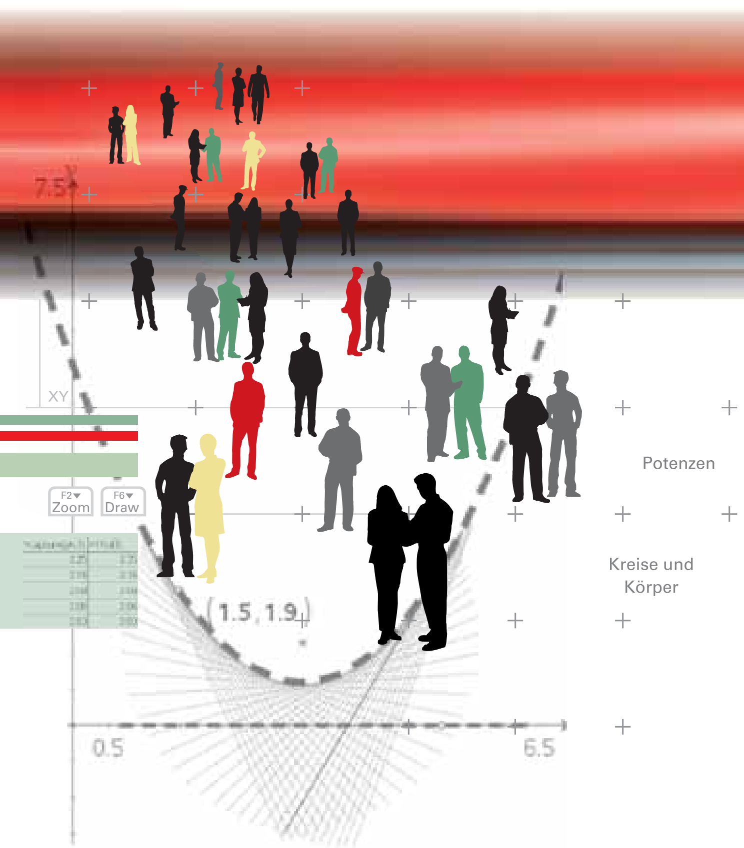
T³ DEUTSCHLAND

CAliMERO

Computer-Algebra im Mathematikunterricht: Entdecken, Rechnen, Organisieren

METHODISCH UND DIDAKTISCHE HANDREICHUNG
BAND 7

Regina Bruder, Wilhelm Weiskirch † (Hrsg.)



Niedersachsen

C A l i M E R O

Computer-Algebra im Mathematikunterricht
Entdecken, Rechnen, Organisieren

METHODISCHE UND DIDAKTISCHE HANDREICHUNG

BAND 7

mit den Themen:

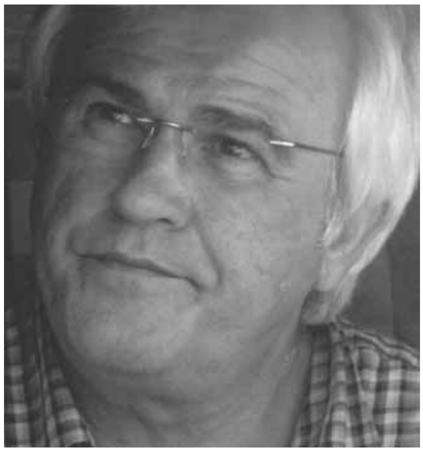
Potenzen

Kreise und Körper

Bergkirchen, im Juni 2010

Wilhelm Weiskirch

* 02.02.1949
\+ 23.04.2010



Am 23. April 2010 verstarb Wilhelm Weiskirch. Dies ist ein großer Verlust für unser Projekt, welches von ihm ins Leben gerufen und maßgeblich mit Leben gefüllt wurde. Er hat dabei in unverwechselbarer Art und Weise seine Person und sein Arbeiten in die Weiterentwicklung des Mathematikunterrichts eingebracht. Durch seine Offenheit und Zugewandtheit hat er uns immer wieder für die Sache begeistert. Gleichzeitig gelang es ihm, die administrativen Rahmenbedingungen für produktives Arbeiten zu schaffen und zu gestalten.

Auf der einen Seite waren das Denken und Handeln der Schülerinnen und Schüler und eine damit einhergehende praktische Umsetzbarkeit von Ideen und Konzepten immer seine zentralen Bezugspunkte, auf der anderen Seite beeindruckte er immer wieder auch durch weit tragende Visionen. Wie wohl kaum ein anderer wirkte er dabei sowohl innovativ und produktiv in Schule und Fortbildung als auch an den Schnittstellen zwischen Schule, Universität und Behörde. Getragen von einem grundsätzlichen Vertrauen in die spezifische Personalität jedes Menschen, erzeugte er in unserem Projekt durch seine Gelassenheit, seinen Humor und sein beharrliches Bestehen auf Qualität eine Atmosphäre, die insbesondere zu zwischenmenschlichem Austausch anregte und somit produktive Ergebnisse möglich machte. Er förderte Nachwuchslehrer durch frühzeitiges Einbinden in verantwortungsvolle Aufgaben und freute sich mit ihnen über deren Entwicklung.

Er war ein Mensch mit Ecken und Kanten, der den Diskurs nicht mied, sondern suchte. Dafür haben wir ihn geschätzt und gemocht.

Wir werden das von ihm initiierte Projekt CAliMERO in seinem Sinne fortführen. Dabei wird uns die Erinnerung an gemeinsam verbrachte fröhliche Stunden helfen.

Das CAliMERO-Team

Vorwort

Liebe Kolleginnen, liebe Kollegen:

Dieses Buch ist in einem Schulversuch des Landes Niedersachsen extra zu dem Zweck entwickelt worden, um mit dem Taschencomputer (TC) ein durchgängiges Konzept für einen effektiven Unterricht zu haben. Neben neu entwickelten Aufgaben wurden auch Aufgaben aus Lehrbüchern ausgewählt, die speziell für einen Unterricht mit dem Einsatz eines TC geeignet sind.
Im Schulversuch konnte gezeigt werden, dass ein Unterricht mit diesem Aufgabenmaterial und dem Einsatz eines Taschencomputers einen Mehrwert an mathematischer Kompetenz erbringen bzw. diese wesentlich unterstützen kann. Es konnte auch gezeigt werden, dass durch den Einsatz des Taschencomputers die Kommunikation der Schülerinnen und Schüler unterstützt und eine Vorgehensreflexion gefördert wurde. Von großer Bedeutung für eine erfolgreiche Arbeit mit einem Taschencomputer ist ein ganzheitliches Unterrichtskonzept, in dem darauf geachtet wird, dass neben offenen, kreativitätsfördernden Aufgaben mit Rechnerunterstützung immer wieder auch mathematisches Grundkönnen ohne Rechner gefördert und eingefordert wird.
Um den Schülerinnen und Schülern mehr Verantwortung für ihr eigenes Lernen zu übertragen, ist es sinnvoll, ihnen Gelegenheit zur Selbsteinschätzung vor einer bewerteten Leistungskontrolle zu geben. Mit den "Ich kann ..."-Fragen werden die zum jeweiligen Thema wichtigsten inhaltlich gebundenen Fähigkeiten und Fertigkeiten der jeweiligen Unterrichtseinheit beschrieben.
Die Aufgabensammlungen für die einzelnen Unterrichtseinheiten sind so zusammengestellt, dass sie die in den Bildungsstandards geforderten Kompetenzen unterstützen und fördern. Zu dem Themenheft für Schülerinnen und Schüler gibt es entsprechend entwickelte Handreichungen für Sie.

Dieses siebte Themenheft hat vier Kapitel.

1. **Potenzen**
2. **Kreise und Körper**
3. **TC-Hilfen**
4. **Kopfübungen - Basiswissen**

Anhand von Flächen- und Volumenformeln wird die Potenzschreibweise für natürliche Zahlen wiederholt. Anschließend werden die Potenzgesetze für natürliche Exponenten arbeitsteilig erarbeitet. Während einer umfangreichen Übungsphase werden die Regeln auf ganzzahlige Exponenten sowie Potenzen mit negativer Basis übertragen. Dabei sollen unter Anderem die Zehnerpotenzen mit dazugehörigen Vorsilben und deren wissenschaftliche Notation im TC behandelt werden. Die n-te Wurzel wird mithilfe der Permanenzreihen eingeführt, und es werden die verschiedenen Schreibweisen und deren Umformung geübt. Standen bislang Potenzterme mit fester Basis und festem Exponenten im Blick, sollen nun die Potenzterme unter funktionalem Aspekt betrachtet werden. Dazu werden Potenzfunktionen der Form $f(x) = x^n$ mit $n \in$ und ihre Graphen sowie optional Wurzelfunktionen bzw. die Umkehrfunktionen von Potenzfunktionen behandelt. Der Grundtyp der allgemeinen Potenzfunktionen wird durch Verschiebungen, Streckungen und Spiegelungen variiert. Für die Parametervariation erweist sich die Nutzung des CAS als hilfreich. Ebenfalls

werden Funktionenscharen behandelt. Die grundsätzlichen Verfahren zum Lösen von Gleichungen (Solve-Befehl, grafisch) sind den Schülerinnen und Schülern bekannt.
Bei den ausführlichen Übungen zu den Potenzgesetzen kann es hier nur noch um eine zusammenfassende Übung gehen, die insbesondere die Zusammenhänge zwischen den Graphen und der Lösungsmenge verdeutlicht.

Rund um die Kreiszahl π werden Umfangs- und Flächeninhaltsberechnung für Kreise erarbeitet, anschließend zusammengeführt und geübt. Anhand von Modellen und Körpernetzen werden die Oberflächen- und Volumenformeln vorgestellt und plausibel gemacht. Zur Visualisierung und Dokumentation werden Schrägbilder der Körper skizziert. Vorhandene Formelsammlungen werden eingeführt und sollen alternativ zum Wissensspeicher genutzt werden. Vorkenntnisse zu den mathematischen Körpern aus Klasse 5/6 werden genutzt. Ausgehend von den gefertigten Modellen und Schrägbildern stellt sich in vielen Anwendungen die Frage nach dem Volumen der Körper. Je nach Ausstattung der Schule sollte der Unterricht durch Umschütten von Flüssigkeiten/Sand in entsprechende Modelle (Prisma, Halbkugel, Pyramide) unterstützt werden. Die behandelten Formeln zum Volumen und Oberflächeninhalt von Körpern werden auf komplexere Probleme angewendet. Der Schwerpunkt dieses Abschnittes liegt dabei auf der Modellierung realer Körper.

Die TC-Hilfen sind eine Sammlung der in diesem Themenheft neuen Rechnerfertigkeiten. Die Arbeitsblätter der TC-Hilfe sollen ein Nachschlagewerk entstehen lassen, auf das bei Bedarf zurückgegriffen werden kann. Dieses Konzept ist aus vorherigen Unterrichtseinheiten bekannt. Die Arbeitsblätter sind anfangs weitgehend vorgefertigt, später wird ihr Inhalt auf die wichtigsten Informationen reduziert, um den Umfang des Nachschlagewerks überschaubar zu halten. Am Ende eines jeden neuen Kapitels werden noch einmal die neuen Rechnerfertigkeiten mit Beispielen zusammengefasst.

Den Abschluss der Schülermaterialien bilden einige sogenannte Kopfaufgaben und Aufgaben zum Basiswissen. In diesem Teil finden die Schülerinnen und Schüler Aufgaben, die wichtige Basiskompetenzen der vergangenen Jahre wiederholen. Die Aufgaben haben unterschiedlichen Schwierigkeitsgrad und helfen den Schülerinnen und Schülern, durch regelmäßige eigenständige Arbeit die Wissenslücken wieder zu schließen, sich an mathematische Kenntnisse zu erinnern und Fertigkeiten sowie Fähigkeiten zu mobilisieren. Sie dienen der Entwicklung langfristiger mathematischer Kompetenzen.

In den vorliegenden Lehrerhandreichungen finden sich am Schluss Vorschläge für Klassenarbeitsaufgaben.

Bergkirchen im Juni 2010

INHALTSVERZEICHNIS

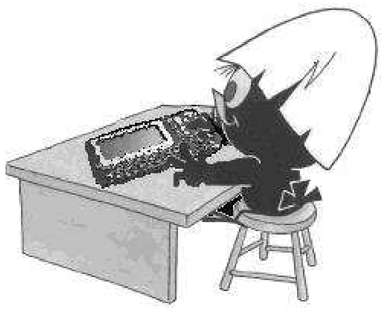
Potenzen

Kreise und Körper

Training

C A l i M E R O

Computer-Algebra im Mathematikunterricht
Entdecken, Rechnen, Organisieren



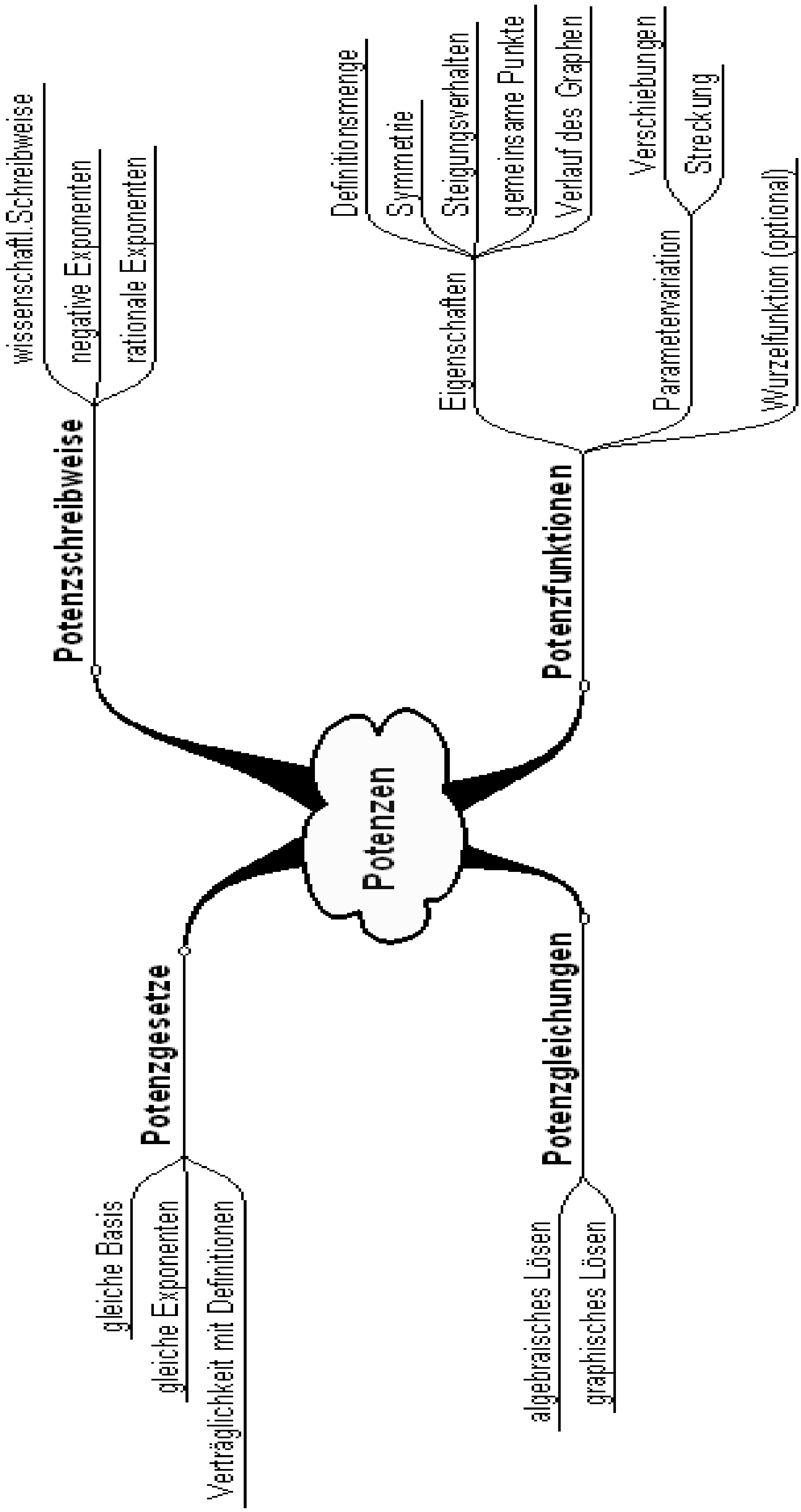
©PAGOT

Potenzen

L e h r e r m a t e r i a l i e n

Überblick über den Unterrichtsverlauf

Mind Map mit Inhalten



Prozess- und inhaltsbezogene Kompetenzen

Anhand dieses Unterrichtsmaterials können bei entsprechender methodischer Umsetzung folgende prozessbezogenen Kompetenzen des Kerncurriculums von den Schülerinnen und Schülern schwerpunktmäßig erworben werden:

Mathematisch argumentieren	Probleme mathematisch lösen	Mathematisch modellieren	Mathematische Darstellungen verwenden	Mit symbolischen, formalen, …	Kommunizieren
• erläutern präzise mathematische Zusammenhänge und Einsichten unter Verwendung der Fachsprache • kombinieren mathematisches Wissen für Begründungen und Argumentationsketten und nutzen dabei auch formale und symbolische Elemente und Verfahren			• nutzen Tabellen, Grafen, Terme und Gleichungen zur Bearbeitung funktionaler Zusammenhänge • formen Terme um, ggf. auch mit einem Computer-Algebra-System • wählen geeignete Verfahren zum Lösen von Gleichungen	• teilen ihre Überlegungen anderen verständlich mit, wobei sie vornehmlich die Fachsprache benutzen • verstehen Überlegungen von anderen zu mathematischen Inhalten, überprüfen diese auf Schlüssigkeit und Vollständigkeit und gehen darauf ein	

Mit diesem Unterrichtsmaterial werden folgende inhaltsbezogenen Kompetenzen vermittelt:

Zahlen und Operationen	Größen und Messen	Raum und Form	funktionaler Zusammenhang	Daten und Zufall
• begründen exemplarisch Rechengesetze für Potenzen mit rationalen Exponenten und wenden diese an • lösen Gleichungen in einfachen Fällen algebraisch mithilfe von Umkehroperationen			• erkennen funktionale Zusammenhänge als Zuordnungen zwischen Zahlen und zwischen Größen in Tabellen, Grafen, Diagrammen und Sachtexten, beschreiben diese verbal, erläutern und beurteilen sie • identifizieren und klassifizieren Funktionen in Tabellen, Termen, Gleichungen und Grafen • nutzen Potenzfunktionen als Mittel zur Beschreibung quantitativer Zusammenhänge, auch unter Verwendung des eingeführten Taschenrechners • stellen Funktionen durch Terme und Gleichungen dar und wechseln	

Hinweise zu rechnerspezifischen und rechnerfreien Fertigkeiten

Rechnerfreie Fertigkeiten

Obwohl die Einheit „Potenzen" mit Verwendung des TC als Werkzeug unterrichtet wird, sollen bestimmte Fertigkeiten von den Schülerinnen und Schülern auch rechnerfrei erworben und beherrscht werden. Diese Fertigkeiten sollen in der Klassenarbeit oder in Kurztests nachgewiesen beziehungsweise abgeprüft werden. Folgende rechnerfreie Fertigkeiten erscheinen uns relevant:
Die Schülerinnen und Schüler sollen:

1. die Definitionen in einfachen Fällen anwenden (Zahlenraum bis maximal 1000)

   5^3 ; $8^{\frac{4}{3}}$; 10^{-3}
2. die Potenzgesetze in einfachen Fällen anwenden:

   $2^3 \cdot 2^4$; $(2^3)^2$; $(a^2+a^3) \cdot a^4$; $\frac{2{,}4 \cdot 10^4}{2 \cdot 10^2}$; $\frac{m^7}{m^{-3}}$; $a^6 \cdot a^{\frac{1}{3}}$.
3. den Globalverlauf (Symmetrie) von Potenzfunktionen beschreiben.
4. das Monotonieverhalten beschreiben ohne diesen Fachbegriff zu verwenden.
5. gemeinsame Punkte benennen.
6. anhand des Graphen entscheiden, welche von zwei Potenzfunktionen den höheren Exponenten hat.
7. anhand des Graphen entscheiden, ob der Exponent positiv oder negativ, gerade oder ungerade, betragsmäßig größer oder kleiner als 1 ist. Rationale Potenzfunktionen sollen am eingeschränkten Definitionsbereich erkannt werden.
8. die Verschiebungen in y- und x-Richtung erkennen (Beispiel: $y = x^3 + 7$; $y = (x - 4)^{-2}$).
9. die Graphen von Potenzfunktionen skizzieren.
10. einfache Potenzgleichungen und solche, die direkt auf die Form der verschobenen Potenzfunktionen zurückzuführen sind, lösen (Beispiele: $x^3 = 5$; $(x+2)^4 = 16$; $(x+3)^3 - 2 = -10$).

CAS-Fertigkeiten

Im Umgang mit dem TC sollen die Schüler am Ende der Einheit über folgende Fertigkeiten verfügen:

1. die n-ten Wurzeln durch Umschreibung in rationale Potenzen gemäß Definition berechnen.
2. die Notwendigkeit der Klammersetzung bei Rechnereingaben berücksichtigen,
   zum Beispiel: (a^n)^m.
3. Funktionenscharen (mit dem WITH-Operator) zeichnen.
4. stückweise definierte Funktionen zeichnen.
5. Funktionsterme als Makros auf dem Taschencomputer schreiben.

Thema 1: Potenzen und Potenzrechenregeln	**Dauer:** 7 Stunden
Anhand von Flächen- und Volumenformeln wird die Potenzschreibweise für natürliche Zahlen wiederholt. Anschließend werden die Potenzgesetze für natürliche Exponenten arbeitsteilig erarbeitet. Während einer umfangreichen Übungsphase werden die Regeln auf ganzzahlige Exponenten sowie Potenzen mit negativer Basis übertragen. Dabei sollen u. a. die Zehnerpotenzen mit dazugehörigen Vorsilben und deren wissenschaftliche Notation im TC behandelt werden. Die n-te Wurzel wird mithilfe der Permanenzreihen eingeführt, definiert und die verschiedenen Schreibweisen und deren Umformung geübt.	
Besondere Materialien/Technologie: LM 1.1 bis 1.6 (LM 1.2 Hilfekarten, Tapete, Bögen oder Fotokarton, Edding, Kleber) Video „Zehn hoch“ Bildstellennummer 4246574 SM 1.1 bis 1.6	

Ablauf der Stunden 1 und 2:

Inhalt	Medien	Kommentar
Einstieg: Wiederholung (Berechnungen am Würfel): $A = a^2 = a \cdot a$; $V = a^3 = a \cdot a \cdot a$ Für a = 2: $A = 2^2 = 2 \cdot 2 = 4$; $V = 2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ Weitere Beispiele mit höherer Basis und höheren Exponenten führen auf die allgemeine Potenzschreibweise: $a^n = \underbrace{a \cdot \quad \cdot a}_{n}$ Potenzen sind eine neue Art von Termen. Nun stellt sich die Frage, wie man mit dieser neuen Art von Termen rechnet. Auch hier gibt es die Möglichkeit manche Terme zusammenzufassen. Diese Möglichkeiten sollen in Gruppen erarbeitet werden.	Tafel	Für natürliche Exponenten wird die Definition wiederholt. Die Begriffe Potenz, Exponent und Basis wiederholen. Man kann an dieser Stelle Vermutungen sammeln, wann sich Terme mit Potenzen zusammenfassen lassen und wann nicht.
Erarbeitung: Jede Gruppe erstellt ein Poster für ein Gesetz für den Aushang im Klassenzimmer. Anleitung gemäß Folienvorlage.	LM 1.1 (Folie) LM 1.2 (Hilfekarten) Tapete, Bögen oder Fotokarton, Edding, Kleber	Arbeitsteilige Gruppenarbeit mit anschließender Zusammenführung an den Plakaten. Der L hält Hilfekarten bereit, die differenzierte Hilfestellungen beim Finden der Potenzgesetze beinhalten.

<table>
<tr>
<td>Zusammenführung:
Ein Experte bleibt beim Plakat, die anderen schauen sich die anderen Plakate an. Der Experte wird nach 5 Minuten ausgewechselt.</td>
<td></td>
<td>Vergleich zum Beispiel als Marktplatz (Vergleiche Arbeitsanweisung in der Zusammenführung).</td>
</tr>
</table>

Ablauf der Stunden 3 bis 5:

<table>
<tr>
<th>Inhalt</th>
<th>Medien</th>
<th>Kommentar</th>
</tr>
<tr>
<td>Übung:
Aufgaben zu den Gesetzen
Vertiefung und Erweiterung:
• Negative Exponenten
• Negative Basen
• Gebrochene Basen
• Überprüfung der Addition von Potenzen
Vorlage für Wissensspeicher zum Selbstausfüllen

• Zehnerpotenzen
Mit dem Video „10 hoch“ wird die Potenzschreibweise für besonders große und besonders kleine Zahlen motiviert.

Arbeitsauftrag zum Film:
Achtet auf die Angaben zur Größenordnung!
<table>
<tr><td>1000</td><td>100</td><td>10</td><td>1</td><td>0,1</td><td>0,01</td></tr>
<tr><td></td><td>:10</td><td>:10</td><td>:10</td><td>:10</td><td>:10</td><td></td></tr>
<tr><td>10^{3}</td><td>10^{2}</td><td>10^{1}</td><td>10^{0}</td><td>10^{-1}</td><td>10^{-2}</td></tr>
</table>
$$10^{-4} = \underbrace{\frac{1}{10}\cdot\frac{1}{10}\cdot\frac{1}{10}\cdot\frac{1}{10}}_{4} = 0,\underbrace{0001}_{4}$$
Information zu den Bezeichnungen: Vorsilben
In den Aufgaben 3 und 4 im SM wird die Bedeutung der Zehnerpotenzen thematisiert, und die verschiedenen Schreibweisen werden geübt.</td>
<td>SM 1.1

SM 1.2

Video Bildstellen nummer 4246574

LM 1.3
SM 1.3

LM 1.4
SM 1.3</td>
<td>Im Material befinden sich sowohl einfache Übungsaufgaben als auch Aufgaben, die ggf. als Impulse zu den genannten Erweiterungen von der Lehrkraft eingesetzt werden können. Die so gefundenen Erweiterungen für den Gültigkeitsbereich der Potenzgesetze werden auch an den Plakatwänden ergänzt.

Für negative Exponenten wird im Unterrichtsgespräch mithilfe der absteigenden Permanenzreihe eine Definition mit dem Kehrwert eingeführt.

Weitere Schreibweisen werden geklärt.</td>
</tr>
</table>

Sicherung: Für welche Rechenarten gibt es Regeln, für welche keine? Unter welchen Bedingungen gelten die Regeln überhaupt?	SM 1.1 Aufgabe 2 SM 1.4 und 1.5	Verständnisfragen grenzen den Gültigkeitsbereich der Regeln ein und sollen unzulässige Verallgemeinerungen vermeiden. LM 1.5 Lösung zu SM 1.4, Aufg. 7
Hausaufgaben: Die HA werden dem Fortkommen im Unterricht angepasst.	SM 1.1 bis 1.6	bis Aufgabe 9

Ablauf der Stunden 6 und 7:

Inhalt	Medien	Kommentar
Einstieg: Vernetzung zur zentrischen Streckung: Aufgabe: a) Ein Quadrat hat einen Flächeninhalt von 40 cm². Ein zweites Quadrat hat einen Flächeninhalt von 10 cm². Um welchen Faktor unterscheiden sich die Kantenlängen? b) Ein Würfel hat ein Volumen von 80 cm³. Ein zweiter Würfel hat ein Volumen von 320 cm³. Um welchen Faktor unterscheiden sich die Kantenlängen?	Tafel	Aufgreifen der Potenzen des Streckfaktors bei Flächeninhalten und Volumina.
Erarbeitung: a) $k^2 = \frac{1}{4}$ □ $k = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$ b) $k^3 = 8$ □ $k = \sqrt[3]{8} = 2$ **Definition:** Sei a eine nicht negative Zahl. Die n-te Wurzel von a ist die nicht negative Zahl, die n-mal mit sich selbst multipliziert a ergibt. $\sqrt[n]{a}^{\,n} = a$, für $a \in R^+$		Hinweis: $\sqrt[4]{16} = +2$ (**eine** Zahl) $x^4 = 16$ □ $x_1 = +2 \wedge x_2 = -2$ (**zwei** Lösungen einer Gleichung)

Kopfübung: $\sqrt[3]{27}$; $\sqrt[4]{16}$; $\sqrt[3]{125}$; $\sqrt[4]{81}$; $\sqrt[3]{\frac{1}{8}}$; $\sqrt[4]{4}$; $\sqrt[5]{32}$; $\sqrt[5]{100000}$		Die Schüler könnten sich in Partnerarbeit gegenseitig Aufg. stellen (Kontrolle mit TC, falls nötig). Alternativ treten zwei Gruppen der Klasse gegeneinander an. Eckenrechnen etc. ist auch möglich.
Erarbeitung: Problem: Wie gibt man die dritte Wurzel aus 2 im TC ein? Dazu wird die Tabelle aus LM 1.6 ausgefüllt.	LM 1.6	Nutzung der Permanenzreihen zur Motivation der Schreibweise im UG.
Definition: Rationale Exponenten: $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$, für nicht negative a.		Eine andere Möglichkeit der Rechnereingabe z.B. für $\sqrt[3]{8}$: root(8,3) liefert 2.
Vertiefung: „Für ganzzahlige Exponenten wurden Rechengesetze formuliert. Die vorgenommene Definition rationaler Exponenten ist nur sinnvoll, wenn sie sich mit den Gesetzen verträgt. Prüfe dieses für eigene Beispiele und allgemein!“ Beispiel: $\left(a^{\frac{1}{n}}\right)^n = a^{\frac{n}{n}} = a$ also ist $a^{\frac{1}{n}}$ die Zahl, die $n-\text{mal}$ mit sich multipliziert a ergibt. $\left(a^{\frac{m}{n}}\right)^n = a^{\frac{m}{n}\cdot n} = a^m$	SM 1.6 Aufgaben 10 bis 13	PA Überprüfung der Gesetze für rationale Exponenten. Motivation der Definition mithilfe der Gesetze.

LM 1.1 (Folienvorlage)

Arbeitsauftrag zur Gruppenarbeit:

- **Experimentiert zum Herausfinden des Potenzgesetzes eurer Gruppe mit dem TC.**
- **Formuliert die Regel als allgemeine Formel und verbal.**
- **Ergänzt die Regel mit geeigneten Beispielen. Gibt es Beispiele, für die Probleme auftreten?**
- **Erklärt das Zustandekommen der Regel am Beispiel und allgemein.**
- **Stellt die Ergebnisse auf einem Poster für euren Klassenraum dar.**

Einzelaufträge:

1. **Multiplikation von Potenzen mit gleicher Basis und mit natürlichen Exponenten. (Bsp.: $2^3 \cdot 2^5$).**
2. **Division von Potenzen mit gleicher Basis und mit natürlichen Exponenten (Bsp.: $2^5 : 2^3$)**
3. **Potenzieren von Potenzen (Bsp.: $(2^3)^5$).**
4. **Multiplikation von Potenzen mit unterschiedlichen Basen und gleichem natürlichen Exponenten (Bsp.: $3^2 \cdot 5^2$).**
5. **Division von Potenzen mit unterschiedlichen Basen und gleichem natürlichen Exponenten (Bsp.: $3^2 : 5^2$).**

LM 1.2 (Kopiervorlage)

Hilfekarten:

Hilfe 1 $3^2 \cdot 3^3 =$	**Hilfe 1** $3^3 : 3^2 =$
Hilfe 2 $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 =$	**Hilfe 2** $(3 \cdot 3 \cdot 3) : (3 \cdot 3) =$
Hilfe 3 $a^4 \cdot a^3 =$	**Hilfe 3** $\frac{3 \cdot 3 \cdot 3}{3 \cdot 3} =$
Hilfe 4 Schreibe jede Potenz als Produkt.	**Hilfe 4** $A^4 : a^3 =$
Hilfe 5 $a^m \cdot a^n =$	**Hilfe 5** Schreibe den Term als Bruch und jede Potenz ausführlich als Produkt.
	Hilfe 6 $a^m : a^n =$

Hilfe 1

$$4^3 \square 7^3 =$$

Hilfe 2

$$4 \square 4 \square 4 \quad \square \; 7 \square 7 \square 7 =$$

Hilfe 3

$$4 \square 7 \square 4 \square 7 \square 4 \square 7 =$$

Hilfe 4

$$a^3 \square b^3 =$$

Hilfe 5

Schreibe jede Potenz als Produkt und sortiere.

Hilfe 6

$$a^m \square b^m =$$

Hilfe 1

$$4^3 : 7^3 =$$

Hilfe 2

$$(4 \square 4 \square 4) \; : \; (7 \square 7 \square 7) =$$

Hilfe 3

$$\frac{4 \cdot 4 \cdot 4}{7 \cdot 7 \cdot 7} =$$

Hilfe 4

$$\frac{4}{7} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{4}{7} =$$

Hilfe 5

$$A^3 : b^3 =$$

Hilfe 6

Schreibe den Term als Bruch und jede Potenz ausführlich als Produkt.

Hilfe 7

$$a^m : b^m =$$

Hilfe 1

$(4^3)^2 =$

Hilfe 2

$4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 =$

Hilfe 3

$(a^3)^2 =$

Hilfe 4

Schreibe jede Potenz als Produkt.

Hilfe 5

$(a^m)^n =$

LM 1.3 (Folienvorlage)

Setze geeignet fort:

Zahl	1000	100	10			
Operation						
Potenz	10^3					

LM 1.4 (Folienvorlage)

Vorsilben für Maßeinheiten

Silbe	Kürzel	Faktor	
Giga	□ □	10^9	=1 000 000 000
Mega	□ □	10^6	=1 000 000
Kilo	□□	10^3	=1 000
Hekto	□□	10^2	=100
Deka	□□□	10^1	=10
	□		=1
Dezi	□□	10^{-1}	=0,1
Zenti	□□	10^{-2}	=0,01
Milli	□ □	10^{-3}	=0,001
Mikro	□□	10^{-6}	=0,000 001
Nano	□□	10^{-9}	=0,000 000 001

LM 1.5 Lösungen zu SM 1.4
Aufgabe 7

0,000079 m	79 □m	$7{,}9 \cdot 10^{-5}$ m	79 Mikrometer	
7 900 000 m	7900 km	$7{,}9 \cdot 10^{6}$ m	790 000 000 cm	
79 nm	$7{,}9 \cdot 10^{-8}$ m	79 Nanometer	$\frac{79}{1\,000\,000\,000}$ m	0,000000079 m

LM 1.6 (Folienvorlage)

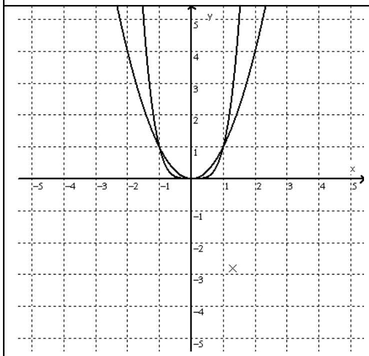
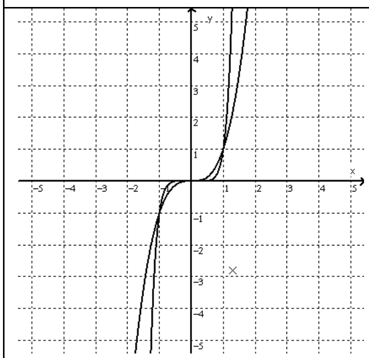
:2	:2	:2		**Teilen im Exponenten**
$3^4 = 81$	$3^2 = 9$	$3^1 =$		$3^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{3}$
$\sqrt[2]{}$	$\sqrt[2]{}$	$\sqrt[2]{}$		**Wurzel ziehen bei der Potenz**

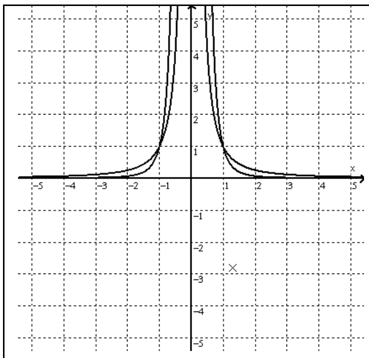
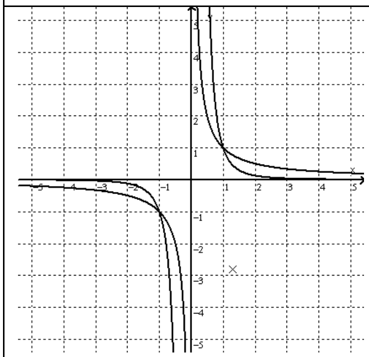
:3	:3	:3		**Teilen im Exponenten**
$2^9 = 512$	$2^3 = 8$	$2^1 =$		$2^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{2}$
$\sqrt[3]{}$	$\sqrt[3]{}$	$\sqrt[3]{}$		**Dritte Wurzel ziehen bei der Potenz**

Thema 2.1: Potenzfunktionen	**Dauer: 4 Stunden**
Standen bislang Potenzterme mit fester Basis und festem Exponenten im Blick, sollen nun die Potenzterme unter funktionalem Aspekt betrachtet werde. Dazu untersuchen die Schüler Potenzfunktionen der Form $f(x) = x^n$ mit $n \in$ und ihre Graphen. Optional können Wurzelfunktionen bzw. die Umkehrfunktionen von Potenzfunktionen behandelt werden.	
Besondere Materialien/Technologie: LM 2.1 Gruppenarbeitskarten 2.1 8 Plakate (möglichst Flip-Chart), Stifte, Tafellineale bzw. -dreiecke Arbeitsblatt SM 2.1.1 bis 2.1.6, evtl. 2.1.6 gesondert kopieren	

Ablauf der Stunden 1 – 3: Potenzfunktionen mit natürlichem Exponenten

Inhalt	**Medien**	**Kommentar**
Einstieg: Es wird die Funktionsgleichung der quadratischen Funktion f mit $f(x)=x^2$ an die Tafel geschrieben. In einem kurzen Unterrichtsgespräch wird der Verlauf des Graphen von f wiederholt. Der Potenzterm x^2 wird aus dem Blickwinkel des Vorunterrichts betrachtet: es handelt sich um einen Potenzterm mit variabler Basis und konstantem Exponenten.	Tafel	GA mit dem Ziel, Plakate für den Klassenraum anzufertigen.
Erarbeitung: Auftrag für eine arbeitsteilige Gruppenarbeitsphase: Setze für den Exponenten in dem Potenzterm andere Zahlen ein und untersuche den Verlauf der Graphen der zugehörigen Funktionen. Wähle dabei Zahlen mit folgenden Eigenschaften: A) positiv und gerade B) positiv und ungerade C) negativ und gerade D) negativ und ungerade Notiere in Stichworten die Gemeinsamkeiten, Unterschiede und Besonderheiten der von dir gewählten Funktionen und deren Graphen. Zeichne zwei typische Graphen. Eine interessante zusätzliche Aufgabenstellung ist: Untersuche das Verhalten der Funktionswerte in den Bereichen $0 < x < 1$ und $1 < x < 3$. Finde eine Begründung. Ist das Ergebnis auf den negativen Bereich übertragbar? Als Eigenschaften sollten vorkommen: Definitionsmenge, gemeinsame Punkte, Symmetrie, Verlauf des Graphen im Koordinatensystem, Bereiche für Steigen/ Fallen, Verhalten der Funktionswerte	LM 2.1 Plakate	Die Erarbeitung in den Gruppen erfolgt zunächst an selbstgefundenen Eigenschaften, im Verlauf der Stunde wird eine kurze Zwischenbesprechung zum Abgleich der zu untersuchenden Eigenschaften eingefügt. An dieser Stelle kann der Lehrer ggf. Hinweise geben. Ziel ist eine einheitliche Liste von Eigenschaften.

Hinweis: *Die Benennung als* ***Potenz****funktion und die allgemeine Darstellung in der Form* $f(x) = x^n$ *wird bewusst erst nach der Erarbeitung gesetzt.*		
Ergebnis: Die Schüler präsentieren ihre Plakate, dabei werden redundante Gruppen berücksichtigt.		EA Die Präsentation wird auf den Arbeitsblättern gesichert.
Sicherung: Benennung als **Potenz**funktion, allgemeine Funktionsgleichung $f(x) = x^n$ mit $n \in$; Benennung der Eigenschaften	SM 2.1.1, 2.1.2	
 Für die Graphen von Potenzfunktionen, deren Funktionsterme einen geraden, positiven Exponenten besitzen, gilt: - Alle Graphen enthalten die Punkte (0 | 0), (1 | 1) und (-1 | 1). - Alle Graphen sind symmetrisch zur Hochachse. - Die Graphen verlaufen fast immer oberhalb der Rechtsachse, nur im Punkt (0 | 0) berühren sie diese. - Für $x > 0$ steigen die Graphen an. - Für $x < 0$ fallen die Graphen ab. - Für x darf man alle reellen Zahlen einsetzen. - Falls der Exponent Null ist, ist der Graph eine Parallele zur Rechtsachse.		
 Für die Graphen von Potenzfunktionen, deren Funktionsterme einen ungeraden, positiven Exponenten besitzen, gilt: - Alle Graphen enthalten die Punkte (0 | 0), (1 | 1) und (-1 | -1). - Alle Graphen sind punksymmetrisch zum Koordinatenursprung. - Die Graphen verlaufen vom dritten in den ersten Quadranten. Sie schneiden die Rechtsachse im Punkt (0|0). - Für $x > 0$ und für $x < 0$ steigen die Graphen an. - Für x darf man alle reellen Zahlen einsetzen.	.	

	Für die Graphen von Potenzfunktionen, deren Funktionsterme einen geraden, negativen Exponenten besitzen, gilt: - Alle Graphen enthalten die Punkte (1 | 1) und (-1 | 1). - Alle Graphen sind symmetrisch zur Hochachse. - Die Graphen verlaufen immer oberhalb der Rechtsachse. - Für $x < 0$ steigen die Graphen an. - Für $x > 0$ fallen die Graphen ab. - Für x darf man fast alle reellen Zahlen einsetzen, aber nicht die Null.		
	Für die Graphen von Potenzfunktionen, deren Funktionsterme einen ungeraden, negativen Exponenten besitzen, gilt: - Alle Graphen enthalten die Punkte (1 | 1) und (-1 | -1). - Alle Graphen sind punktsymmetrisch zum Koordinatenursprung. - Die Graphen verlaufen im ersten und dritten Quadranten. - Für $x < 0$ und $x > 0$ fallen die Graphen ab. - Für x darf man fast alle reellen Zahlen einsetzen, aber nicht die Null.		
Übungsaufgabe/Hausaufgabe: je nach Zeit		SM 2.1.3 Aufg. 1	

Ablauf der Stunde 4: Übungen zu Potenzfunktionen

Besprechung der Hausaufgaben: Zur Wiederholung der Eigenschaften der Potenzfunktionen wird ein Partnerinterview durchgeführt: „Berichte mir über die Eigenschaften der Potenzfunktion mit …“		LSG PA
Übungen: Schwerpunkt: Stickeralbum für Funktionen	SM 2.1.4 bis 2.1.6 Aufg. 2 4	EA/PA Der Ausschneidebogen 2.1.6 muss ggf. gesondert kopiert werden.

LM 2.1. Gruppenkarten

Gruppe: A und E	Setzt für den Exponenten im Funktionsterm ganze Zahlen mit folgenden Eigenschaften ein: **positiv und gerade** Untersucht den Verlauf der Graphen der zugehörigen Funktionen. Erstellt ein Plakat, auf dem der typische Verlauf zweier Graphen in einem Koordinatensystem skizziert und die wichtigsten Eigenschaften übersichtlich dokumentiert sind. Notiert dazu in Stichworten die Gemeinsamkeiten, Unterschiede und Besonderheiten der von euch gewählten Funktionen und deren Graphen. Bereitet die Präsentation des Plakats vor. Zusatzaufgabe: Untersuche das Verhalten der Funktionswerte in den Bereichen $0 < x < 1$ und $1 < x < 3$. Finde eine Begründung. Ist das Ergebnis auf den negativen Bereich übertragbar?

Gruppe: B und F	Setzt für den Exponenten im Funktionsterm ganze Zahlen mit folgenden Eigenschaften ein: **positiv und ungerade** Untersucht den Verlauf der Graphen der zugehörigen Funktionen. Erstellt ein Plakat, auf dem der typische Verlauf zweier Graphen in einem Koordinatensystem skizziert und die wichtigsten Eigenschaften übersichtlich dokumentiert sind. Notiert dazu in Stichworten die Gemeinsamkeiten, Unterschiede und Besonderheiten der von euch gewählten Funktionen und deren Graphen. Bereitet die Präsentation des Plakats vor. Zusatzaufgabe: Untersuche das Verhalten der Funktionswerte in den Bereichen $0 < x < 1$ und $1 < x < 3$. Finde eine Begründung. Ist das Ergebnis auf den negativen Bereich übertragbar?

Gruppe: C und G	Setzt für den Exponenten im Funktionsterm ganze Zahlen mit folgenden Eigenschaften ein: **negativ und gerade** Untersucht den Verlauf der Graphen der zugehörigen Funktionen. Erstellt ein Plakat, auf dem der typische Verlauf zweier Graphen in einem Koordinatensystem skizziert und die wichtigsten Eigenschaften übersichtlich dokumentiert sind. Notiert dazu in Stichworten die Gemeinsamkeiten, Unterschiede und Besonderheiten der von euch gewählten Funktionen und deren Graphen. Bereitet die Präsentation des Plakats vor. Zusatzaufgabe: Untersuche das Verhalten der Funktionswerte in den Bereichen $0 < x < 1$ und $1 < x < 3$. Finde eine Begründung. Ist das Ergebnis auf den negativen Bereich übertragbar?

Gruppe: D und H	Setzt für den Exponenten im Funktionsterm ganze Zahlen mit folgenden Eigenschaften ein: **negativ und ungerade** Untersucht den Verlauf der Graphen der zugehörigen Funktionen. Erstellt ein Plakat, auf dem der typische Verlauf zweier Graphen in einem Koordinatensystem skizziert und die wichtigsten Eigenschaften übersichtlich dokumentiert sind. Notiert dazu in Stichworten die Gemeinsamkeiten, Unterschiede und Besonderheiten der von euch gewählten Funktionen und deren Graphen. Bereitet die Präsentation des Plakats vor. Zusatzaufgabe: Untersuche das Verhalten der Funktionswerte in den Bereichen $0 < x < 1$ und $1 < x < 3$. Finde eine Begründung. Ist das Ergebnis auf den negativen Bereich übertragbar?

Übersichtsbögen zur Ergebnissicherung findet man unter SM 2.1.1 und 2.1.2.

Thema 2.2: Parametervariation	**Dauer:** 4 Stunden
Der Grundtyp der allgemeinen Potenzfunktionen wird durch Verschiebungen, Streckungen und Spiegelungen variiert. Für die Parametervariation erweist sich die Nutzung des CAS als hilfreich. Ebenfalls werden Funktionenscharen behandelt.	
Besondere Materialien/Technologie: LM 2.2.1 (Lösungsfolie zu Aufgabe 1) SM 2.2.1 bis 2.2.3, SM 2.2.4 und 2.2.5 optional	

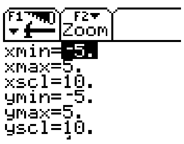
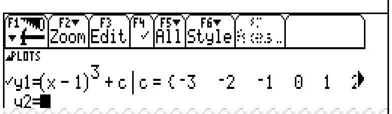
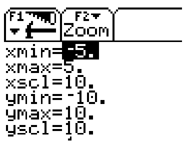
Ablauf der Stunde 1:

Inhalt	**Medien**	**Kommentar**
Einstieg: An der Tafel wird notiert: $f(x) = x^2$ und $f(x) = 2(x-3)^2 + 5$ Die Schüler werden aufgefordert, Zusammenhänge herzustellen. Damit wird an die Parametervariation bei quadratischen Funktionen angeknüpft.		Ich-Du-Wir-Prinzip
Erarbeitung: Durch die Bearbeitung der Aufgabe 1 wird der Blick auf die Potenzfunktionen erweitert. Zuordnung der Grundtypen anhand der Exponenten, Beschreibung des geometrischen Zusammenhangs der Graphen und der Entsprechung im Term. Zur Bestätigung der festgestellten Veränderung der Funktionswerte kann auch die Tabelle benutzt werden.	SM 2.2.1 Aufg. 1 und 2 TC Folie LM 2.2.1	PA - Zusammenhang Term – Grafik – Tabelle - Besprechnung mit LM 2.2 - Aufgabe 2 kann eventuell als Zusatz für ‚Schnelle' gestellt werden und wird von diesen präsentiert.
Sicherung: Verallgemeinerung und Dokumentation der Bedeutung der Parameter in $f(x) = a(x-b)^n + c$ entsprechend des Einstiegs-beispiels.		
Hausaufgabe: Funktionsterme bestimmen.	SM 2.2.1 Aufg. 3	Hinweis auf Selbstkontrolle mit TC

Ablauf der Stunde 2:

Inhalt	**Medien**	**Kommentar**
Besprechung der Hausaufgaben **Erarbeitung:** Vertiefender Umgang mit Potenzfunktionen unter Einbezug der Möglichkeiten von CAS (systematische Betrachtung der Wirkung von Parametern). **Sicherung:** Zusammenfassung der Ergebnisse	SM 2.2.2, Aufg. 4a,b Wissens- speicher	PA/GA

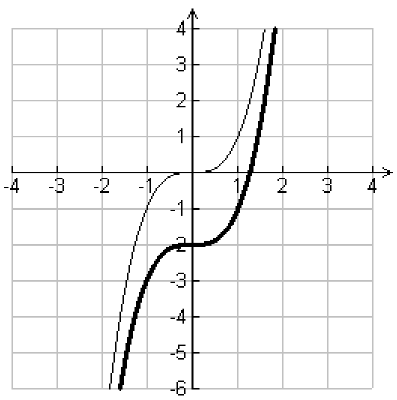
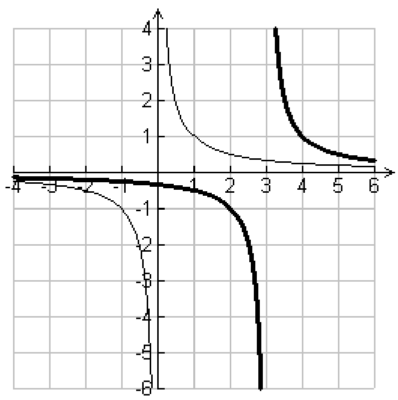
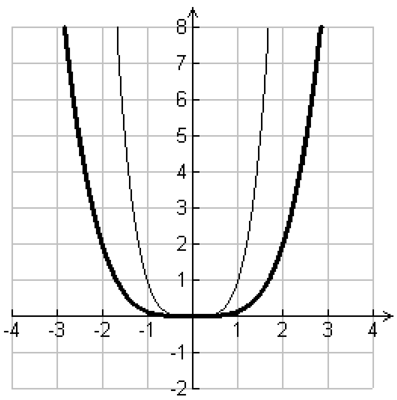
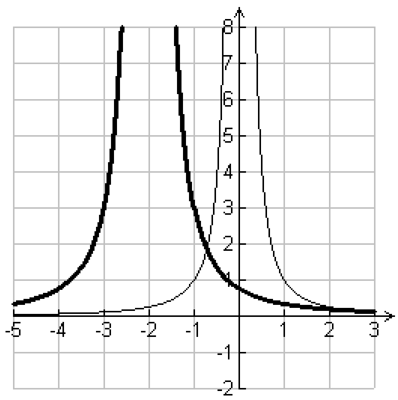
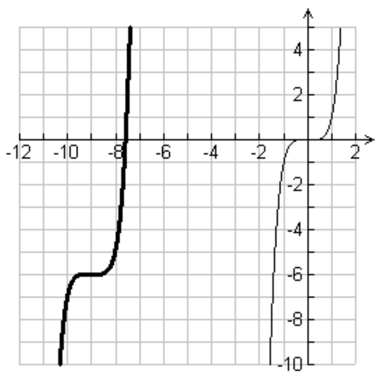
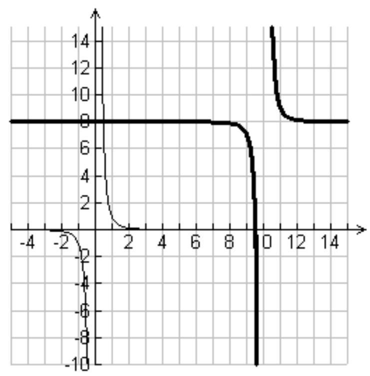
Ablauf der Stunde 3:

Inhalt	**Medien**	**Kommentar**
Einstieg: Mit dem OHP-Display wird den Schülern der Graph einer Funktionenschar gezeigt (z.B. Aufg. 5, Bild 3). Die Frage ist, wie ein solches Bild entsteht. Präsentation der Ergebnisse	TC mit OHP- Display	
Erarbeitung: Mit Aufgabe 5. Vertiefender Umgang mit Potenzfunktionen, Parametervariationen und Funktionenscharen. Diskussion und Erarbeitung der Funktionsterme incl. Eingabe in den TC in Gruppen, Zeichnen der Scharen mit dem TC einzeln in der Gruppe. Information: Der TC ist langsam. Durch geringere Auflösung (d. h. größerer Wert für xres) wird er schneller (aber an den Polstellen tauchen evt. Fehler in der grafischen Darstellung auf).	SM 2.2.3, Aufg. 5 u. Aufg. 6 TC	PA/GA Achtung Polstellen: Altes OS: xres=1 Neues OS: [F1][9]format discontinuity detection:on
Sicherung: Präsentation der Ergebnisse		
Übung/Hausaufgabe: Fehlende Skalierung führt zu vielfältigen Lösungen. Sollten alle Schüler – wider Erwarten – dieselbe Lösung haben, sollte vom Lehrer eine alternative Lösung eingebracht werden, z. B.: (1)   Werte von -3 bis 3 (2)  Hier die Werte von -6 bis 6	SM 2.2.3 Aufg. 6	

Ablauf der Stunde 4: (Hinweis: Die Aufgaben 7 und 8 sind Zusatzmaterial.)

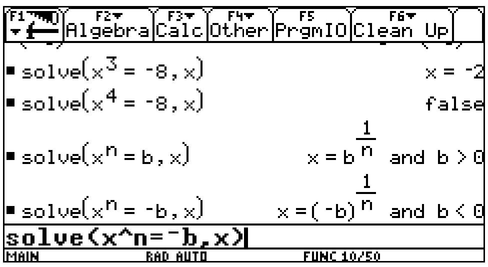
Inhalt	**Medien**	**Kommentar**
Übung: Aufgabe 7 Es werden Potenzfunktionen mit rationalen Exponenten angesprochen. Dabei wird bewusst nicht die Umkehrfunktion thematisiert. Aufgabe 8 dient als reizvolle Anwendung: Mögliche eigene Motive: Gesichter, Herzen, Fantasiefiguren. Aufgabe 9 Eine Aufgabe für das funktionale Denken und Schulung der Termkompetenz im Zeitalter von CAS.	 SM 2.2.4 TC SM 2.2.5	 Wurzelfunktionen sind nicht Bestandteil des KC. Langzeitaufgabe, Dokumentation über vergrößerte Screen-Shots für den Klassenraum

LM 2.2.1: Lösungen zu SM 2.2.1, Aufgabe 1

(1) 	(2) 
(3) 	(4) 
(5) 	(6) 

Thema 2.3: Potenzgleichungen	**Dauer:** 2 Stunden
Die grundsätzlichen Verfahren zum Lösen von Gleichungen (Solve-Befehl, grafisch) sind den Schülerinnen und Schülern bekannt. Nach den ausführlichen Übungen zu den Potenzgesetzen kann es hier nur noch um eine zusammenfassende Übung gehen, die insbesondere die Zusammenhänge zwischen den Graphen und der Lösungsmenge verdeutlicht.	
Besondere Materialien/Technologie: SM 2.3.1/2.3.2	

Ablauf der Stunden 1 und 2:

Inhalt	Medien	Kommentar
Einstieg/Übung: Aufgabe 1 Diese Einstiegsaufgabe führt von der Lösung einfacher Potenzgleichungen mit konkreten Hilfen zu der Frage nach der Anzahl der Lösungen. Anschließend dient Aufgabe 2 als Übung.	 SM 2.3.1 TC	 EA/PA UG/EA
Hausaufgabe: Einfache Aufgaben analog zu Aufgabe 2 oder Aufgaben aus SM 2.3.1	 SM 2.3.1 TC	
Übung: In der zweiten Stunde sollen die weiteren Aufgaben aus SM 2.3.1 und SM 2.3.2 bearbeitet werden. Bemerkung zu Aufgabe 7 (s. u.): Die beiden letzten Ausdrücke sind schwieriger zu interpretieren. Der Rechner führt keine Fallunterscheidung für n durch. Somit sind die Ausgaben unvollständig. Eine Diskussion, wie der Rechner hier vorgeht, kann nicht erfolgen. Bei der letzten Potenzgleichung kann die Fehlvorstellung -b < 0 problematisiert werden (Variablenkonzept). 	 SM 2.3.1 SM 2.3.2	 UG/EA/PA

4. Wissensspeicher

Potenzen mit ganzzahligen Exponenten:

n ist eine natürliche Zahl, a ist eine reelle Zahl

positiver Exponent: $a^n = \underbrace{a \cdot \ldots \cdot a}_{n}$ negativer Exponent: $a^{-n} = \underbrace{\frac{1}{a} \cdot \ldots \cdot \frac{1}{a}}_{n}$

Potenzgesetze:

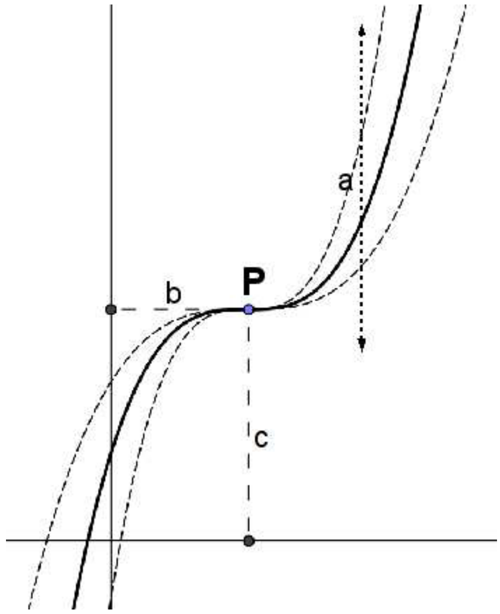
	Gesetz	Zahlenbeispiel	Beispiel mit Variablen	TC-Eingabe
Produkt von Potenzen gleicher Basis	Potenzen gleicher Basis werden multipliziert, indem man die Exponenten addiert.	$4^2 \cdot 4^3 = 16 \cdot 64$ $= 1024 = 4^5$	$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$	a^n*b^m oder a^(n+m)
Quotient von Potenzen gleicher Basis	Potenzen gleicher Basis werden dividiert, indem man den Exponenten der Nennerpotenz von dem der Zählerpotenz subtrahiert.	$\frac{3^2}{3^4} = \frac{9}{81}$ $= \frac{1}{9} = 3^{-2}$ $= 3^{2-4}$	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	a^m/a^n oder a^(m-n)
Potenz von Potenzen	Potenzen werden potenziert, indem man die Exponenten multipliziert.	$(3^2)^4 = 9^4 = 6561$ $= 3^8 = 3^{2 \cdot 4}$	$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$	(a^n)^m oder a^(n*m)
Potenz von Produkten	Die Potenz des Produktes ist das Produkt der Potenzen.	$(3 \cdot 4)^2 = 12^2$ $= 144$ $= 9 \cdot 6 = 3^2 \cdot 4^2$	$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$	(a*b)^n oder a^n*b^n
Potenz von Quotienten	Die Potenz des Quotienten ist der Quotient der Potenzen.	$\left(\frac{5}{2}\right)^3 = \frac{5^3}{2^3}$	$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$	$(a/b)^n$ oder a^n/b^n

Potenzen mit rationalen Exponenten:

a ist eine positive reelle Zahl, n und m sind natürliche Zahlen:

$\sqrt[n]{a^n} = a$; $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$; $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m$

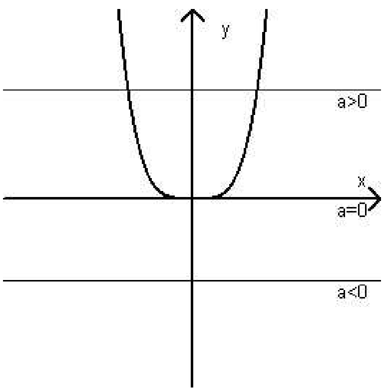
Verschobene und gestreckte Graphen zu Potenzfunktionen:

Die Parameter a, b, c und der Exponent n der Potenzfunktion zu $f(x) = a \cdot (x-b)^n + c$ haben folgende Bedeutung:		
N:	bestimmt den Typ der Potenzfunktion	
A:	Streckfaktor in Richtung der y-Achse: -1 < a < 1 Stauchung a > 1 oder a < -1 Streckung a < 0 Spiegelung an der x-Achse	
B:	Verschiebung in Richtung der x-Achse: $b > 0$ Verschiebung nach links $b < 0$ Verschiebung nach rechts	
C:	Verschiebung in Richtung der y-Achse. $c > 0$ Verschiebung nach oben $c < 0$ Verschiebung nach unten	

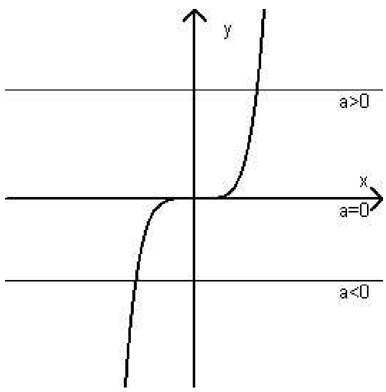
Lösungen von Potenzgleichungen:

$x^n = a$

n gerade



n ungerade



$a > 0$ genau **zwei** Lösungen:	$L = \{-\sqrt[n]{a}\,;\sqrt[n]{a}\}$	$a > 0$: genau **eine** Lösung:	$L = \{\sqrt[n]{a}\}$
$a = 0$ genau **eine** Lösung:	$L = \{0\}$	$a = 0$: genau **eine** Lösung:	$L = \{0\}$
$a < 0$ **keine** Lösung:	$L = \{\ \}$	$a < 0$: genau **eine** Lösung:	$L = \{-\sqrt[n]{-a}\}$

5. Selbsteinschätzung

Schätze deine Kenntnisse ein und mache ein Kreuz in der entsprechenden Spalte.

Ich kann	**ich bin sicher**	**ich muss noch üben**	**Ich brauche Hilfe**
• mit Potenzen entsprechend der Potenzgesetze (siehe Wissens-speicher) rechnen. $a^2 \cdot a^5 = a^7$, $3^2 : 3^4 = 3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$			
• Zahlen von normaler Darstellung in wissenschaftliche Darstellung übertragen und umgekehrt. $3.800.000 = 3{,}8 \cdot 10^6$, $2{,}7 \cdot 10^{-5} = 0{,}000027$			
• die Potenzschreibweise des TC verstehen. $1.046\text{E-}7 = 1{,}046 \cdot 10^{-7}$			
• die Potenzschreibweise in Brüche oder Wurzeln überführen und umgekehrt. $2^{-3} = \frac{1}{2^3}$, $\sqrt[5]{7} = 7^{\frac{1}{5}}$			
• Terme mit Potenzen korrekt in den TC eingeben. $\left(\sqrt[3]{2^6}\right) \rightarrow$ (2^6)^(1/3) oder $\sqrt[3]{2^6} \longrightarrow \text{root}\left(2\text{^}6{,}3\right)$			
• anhand des Graphen den Typ der Potenzfunktion erkennen, d. h. den Wert des Exponenten benennen. gerade/ungerade, positive/negative Exponenten; betragsmäßig größer oder kleiner als 1			
• zu einer Funktionsgleichung eine Skizze mit den wesentlichen Eigenschaften des Graphen anfertigen. $f(x) = 0{,}5 \cdot x^3$, $g(x) = (x-2)^{-2}$, $h(x) = 1 + x^{0{,}5}$			
• anhand des Graphen Verschiebungen und Streckung erkennen und damit einen möglichen Funktionsterm aufstellen.			
• untersuchen, ob der Graph einer Funktion durch einen vorgegebenen Punkt verläuft, bzw. den Funktionsterm so anpassen, dass die Vorgabe erfüllt wird.			
• einfache Potenzgleichungen rechnerisch lösen. $2 \cdot x^7 = 15$, $(x-3)^4 = 31$			
• beliebige Potenzgleichungen grafisch lösen. $x^5 - 3 \cdot x^2 = 2 \cdot x + 8$			

6. Rechnerfreie Aufgaben

1. Berechne ohne den TC zu verwenden:

a) $125^{\frac{1}{3}}$ b) 2^{-2} c) $4^{\frac{3}{2}}$

2. Fasse – wenn möglich – zusammen:

a) $a^3 \cdot a^5$ b) $a^5 + b^5$ c) $\left(x^3\right)^4$ d) $y^{\left(4^2\right)}$ e) $\frac{m^7}{m^{-2}}$ f) $p^4 \cdot p^{\frac{1}{3}}$

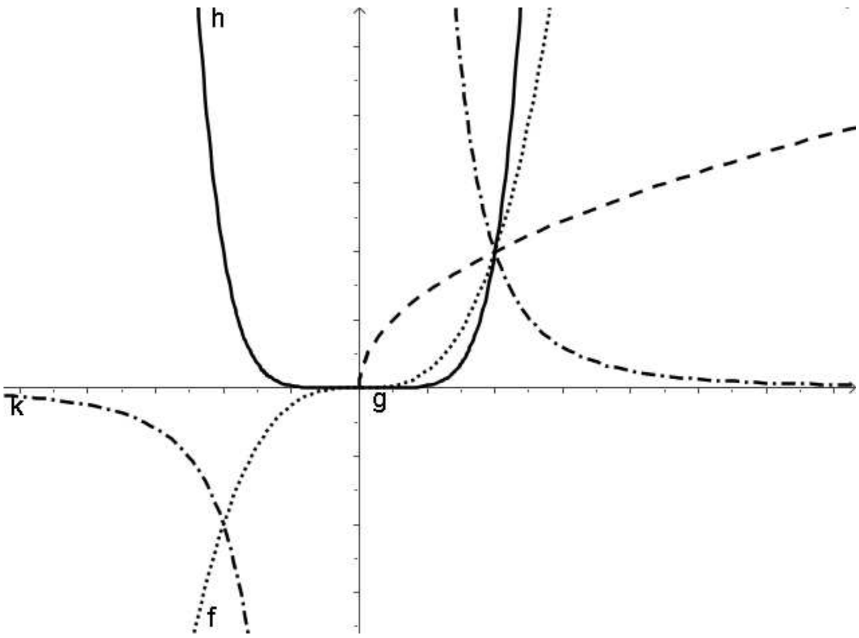
3. Forme in jeweils eine andere Form um:

a) 123.000.000 b) $4{,}5\cdot 10^{-4}$ c) dreiundsechzig Milliarden d) 0,00023

4. Berechne:

a) $2{,}5\cdot 10^3\cdot 4\cdot 10^{-4}$ b) $\frac{4{,}8\cdot 10^5}{4\cdot 10^3}$

5. Welche Werte können die Exponenten der Potenzfunktionen mit den folgenden Graphen annehmen?



7. Klassenarbeitsaufgaben

Aufgabe 1

Ergänze die jeweils andere Schreibweise.

Dezimalbruch	Wissenschaftliche Schreibweise
0,00002	
	$3{,}4 \cdot 10^{-4}$
0,00034	
	$5{,}73 \cdot 10^{6}$

Aufgabe 2

Gib die Größen jeweils in zwei verschiedenen Darstellungen mit Zehnerpotenzen an.

a) Röntgenstrahlen haben eine Wellenlänge von ca. 0,000 000 000 13 m.

b) Die Schulden der Bundesrepublik Deutschland betrugen 2003 ca. 1.280.000.000.000 .

Aufgabe 3

Vereinfache in eine Schreibweise mit einem Exponenten.

a) $a^{-12} \cdot a^{8}$ b) $\left(a^{-3}\right)^{-2}$ c) $\left(8^{5}\right)^{\frac{1}{3}}$ d) $\frac{x^4}{y^4}$

Aufgabe 4

Vereinfache den Term in eine Schreibweise mit möglichst wenig Exponenten, wenn es möglich ist, und gib die entsprechende Regel als Begründung an. Begründe auch, wenn Terme sich nicht vereinfachen lassen.

a) $a^{-10} \cdot a^{8}$ b) $s^{3} \cdot t^{2}$ c) $\frac{b^3}{c^3}$ d) $\left(y^{9}\right)^{\frac{1}{3}}$ e) $\sqrt[5]{x^{10}}$ f) $c^{3} + c^{5}$

Aufgabe 5

Vereinfache und begründe unter Verwendung der Potenzgesetze.

a) $\sqrt[3]{4^{-6}}$ b) $\left(\sqrt[3]{a}\right)^{4} : \sqrt[6]{a^{8}}$

Aufgabe 6

Kontrolliere die Rechnung. Falls du korrigierst, begründe entweder mit Termumformungen und/oder mit Potenzregeln.

a) $\left(-x^{2}\right) \cdot (-x)^{4} = -x^{8}$ b) $\frac{a^{7}}{a^{-2}} = a^{5}$ c) $2{,}5^{-2} < 2{,}5^{-4}$ d) $b^{2,5} \cdot b^{2,5} = 2 \cdot b^{2,5}$

e) $\sqrt{3^{-6}} = \frac{1}{27}$

Aufgabe 7

a) Schreibe die folgende Zahl als Wurzelterm: $4^{\frac{2}{3}}$

b) Der TC liefert bei der Mode-Einstellung „AUTO“ das Ergebnis: $2 \cdot 2^{\frac{1}{3}}$.
Erläutere das Ergebnis und zeige, dass es mit dem Term in a) übereinstimmt.

c) Bei der Eingabe von $\sqrt{7^5}$ zeigt das Display des TC: $49 \cdot \sqrt{7}$. Leite das Ergebnis her.

Aufgabe 8

Kreuze die richtige Antwort an.

$5^{-2} : 5^{-7} =$	$b^x \cdot b^{-7} =$	$b^2 \cdot a^4 =$	$\left(a^2\right)^{-3} =$
☐ 5^{-9}	☐ b^{x+7}	☐ $(a \cdot b)^6$	☐ $-a^5$
☐ 5^{-5}	☐ b^{x-7}	☐ $(a \cdot b)^4$	☐ a^{-1}
☐ 5^{-14}	☐ $b^{x \cdot 7}$	☐ $(a \cdot b)^8$	☐ $\frac{1}{a^5}$
☐ 5^5	☐ b^{7-x}	☐ $a^4 \cdot b^2$	☐ a^{-5}
☐ 5^9	☐ $b^{-(x-7)}$	☐ $(a \cdot b)^{0,5}$	☐ $\frac{1}{a^6}$

Aufgabe 9

Kreuze die richtige Antwort an.

$\frac{b^6}{b^{-3}} =$	$a^{-\frac{6}{8}} =$	$\sqrt[3]{2^6} =$
☐ 1^3	☐ $-\sqrt[8]{a^6}$	☐ 4
☐ b^3	☐ $-\sqrt[6]{a^8}$	☐ $\sqrt[3]{12}$
☐ b^9	☐ $\sqrt[8]{-a^6}$	☐ 2
☐ $b^6 \cdot b^{-3}$	☐ $\frac{1}{\sqrt[6]{a^8}}$	☐ $\sqrt{2}$
☐ 1^9	☐ $\frac{1}{\sqrt[8]{a^6}}$	☐ 1

Aufgabe 10

Kreuze die richtige Antwort an.

Potenzen mit gleicher Basis werden multipliziert, indem man ...

- [ ] ... die Basen addiert und die Exponenten beibehält.
- [ ] ... die Exponenten multipliziert und die Basis beibehält.
- [ ] ... die Basen multipliziert und die Exponenten beibehält.
- [ ] ... die Exponenten addiert und die Basis beibehält.
- [ ] ... die Exponenten subtrahiert und die Basis beibehält.

Aufgabe 11

Kreuze die richtige Antwort an.

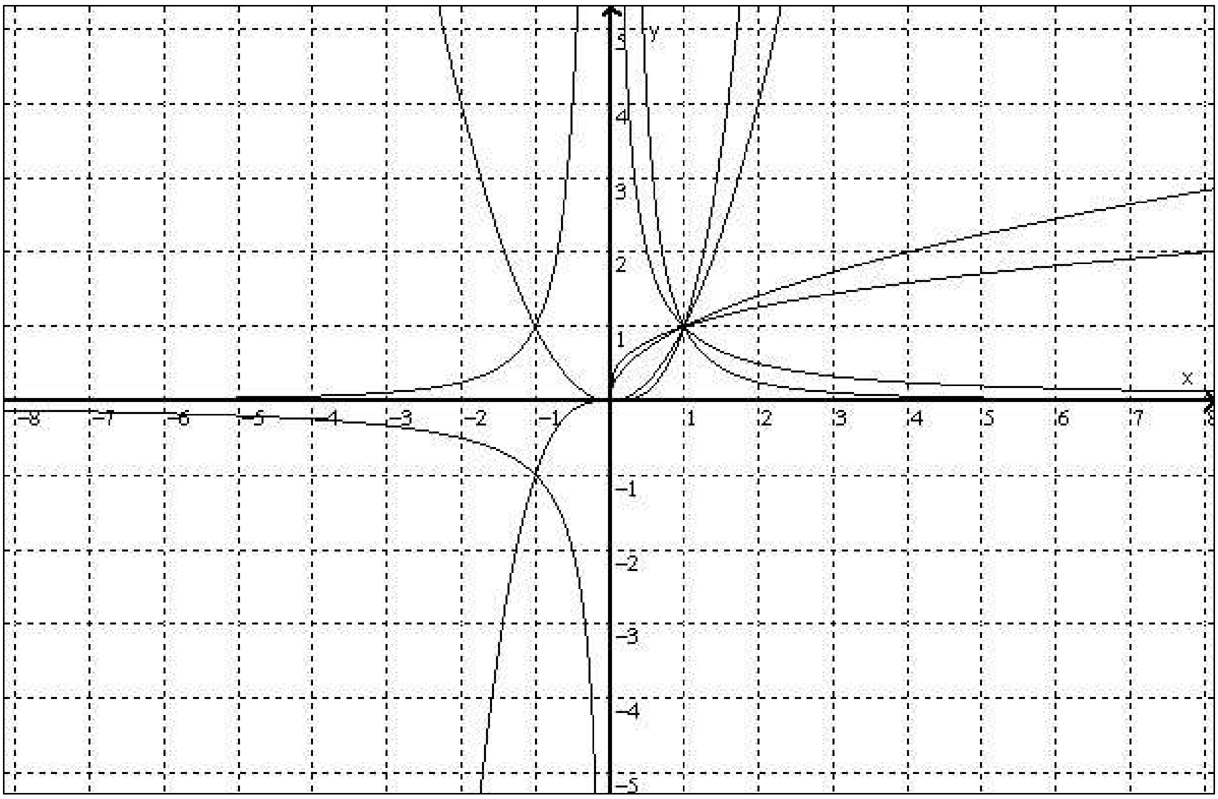
Potenzen werden potenziert, indem man ...

- [ ] ... die Exponenten subtrahiert und die Basis beibehält.
- [ ] ... die Basen multipliziert und die Exponenten beibehält.
- [ ] ... die Basen dividiert und die Exponenten beibehält.
- [ ] ... die Exponenten addiert und die Basis beibehält.
- [ ] ... die Exponenten multipliziert und die Basis beibehält.

Aufgabe 12

In der untenstehenden Abbildung sind die Graphen der folgenden Funktionen gezeichnet.
Ordne die Funktionsgleichungen ihren Graphen zu.

a) $y = x^2$ b) $y = x^3$ c) $y = \sqrt{x}$ d) $y = x^{\frac{1}{3}}$ e) $y = x^{-1}$ f) $y = x^{-2}$

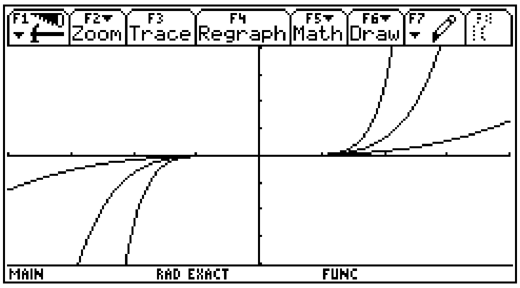


Aufgabe 13

Klaus hat die Graphen der Funktionen $y = x^3$, $y = x^5$ und $y = x^7$ mit seinem TC gezeichnet.

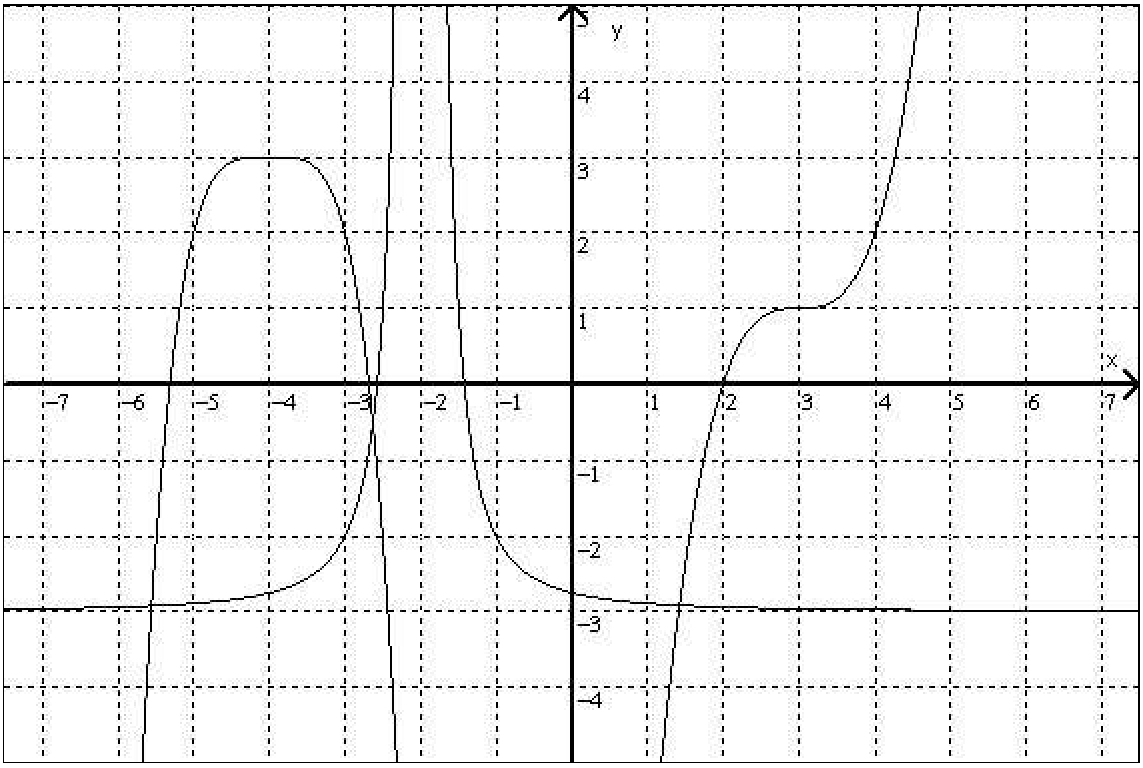
Er erhält das nebenstehende Bild. Nun weiß er nicht mehr, welcher Graph zu welcher Funktionsgleichung gehört.

Ordne den Graphen die passende Funktionsgleichung zu und begründe deine Entscheidung.



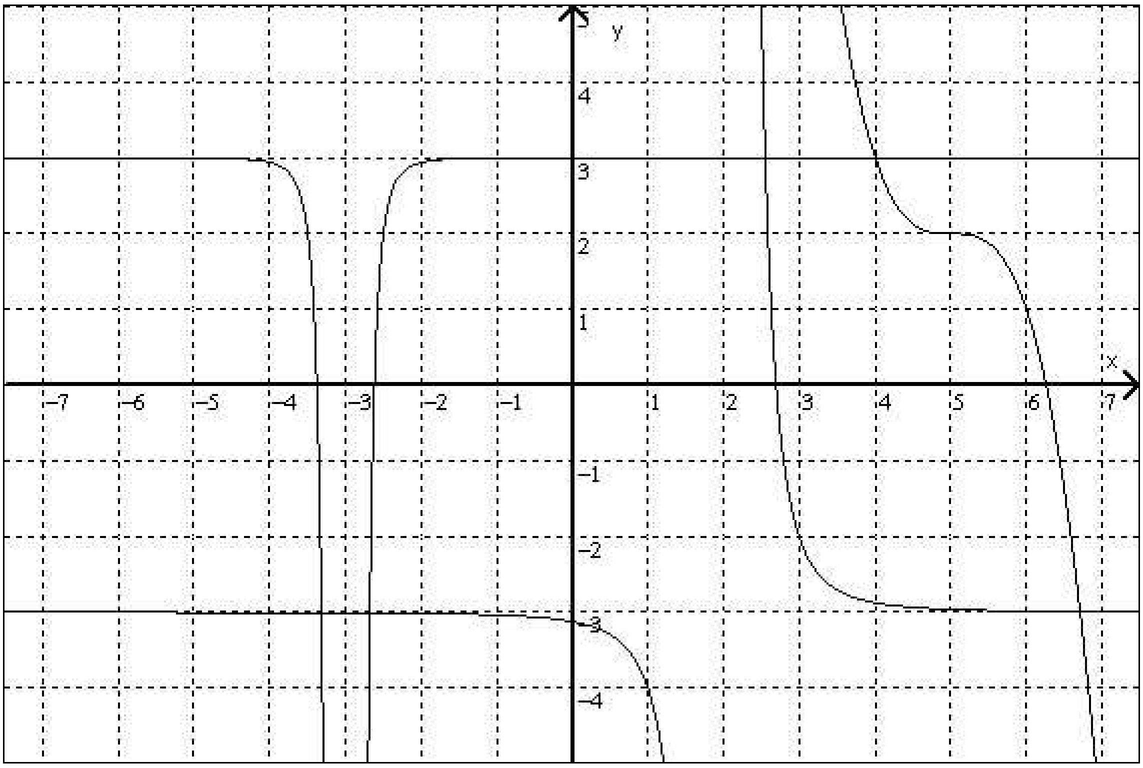
Aufgabe 14

Gib mögliche Funktionsterme zu den Graphen an.



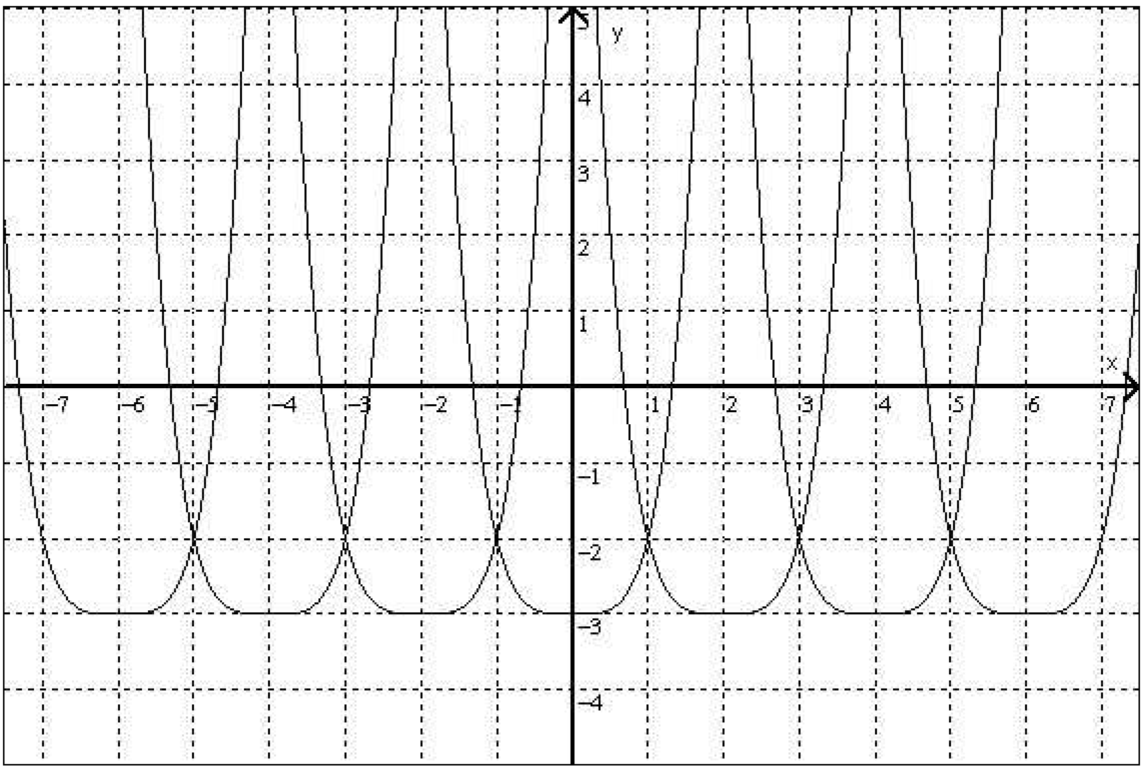
Aufgabe 15

Beschreibe für jeden der drei Graphen, wie er aus dem zugehörigen Grundtyp entstanden ist.



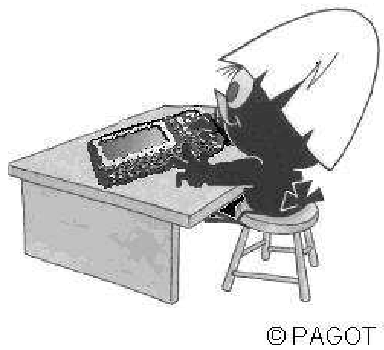
Aufgabe 16

Gib die Funktionsgleichung der zugehörigen Funktionenschar an.



C A l i M E R O

Computer-Algebra im Mathematikunterricht
Entdecken, Rechnen, Organisieren

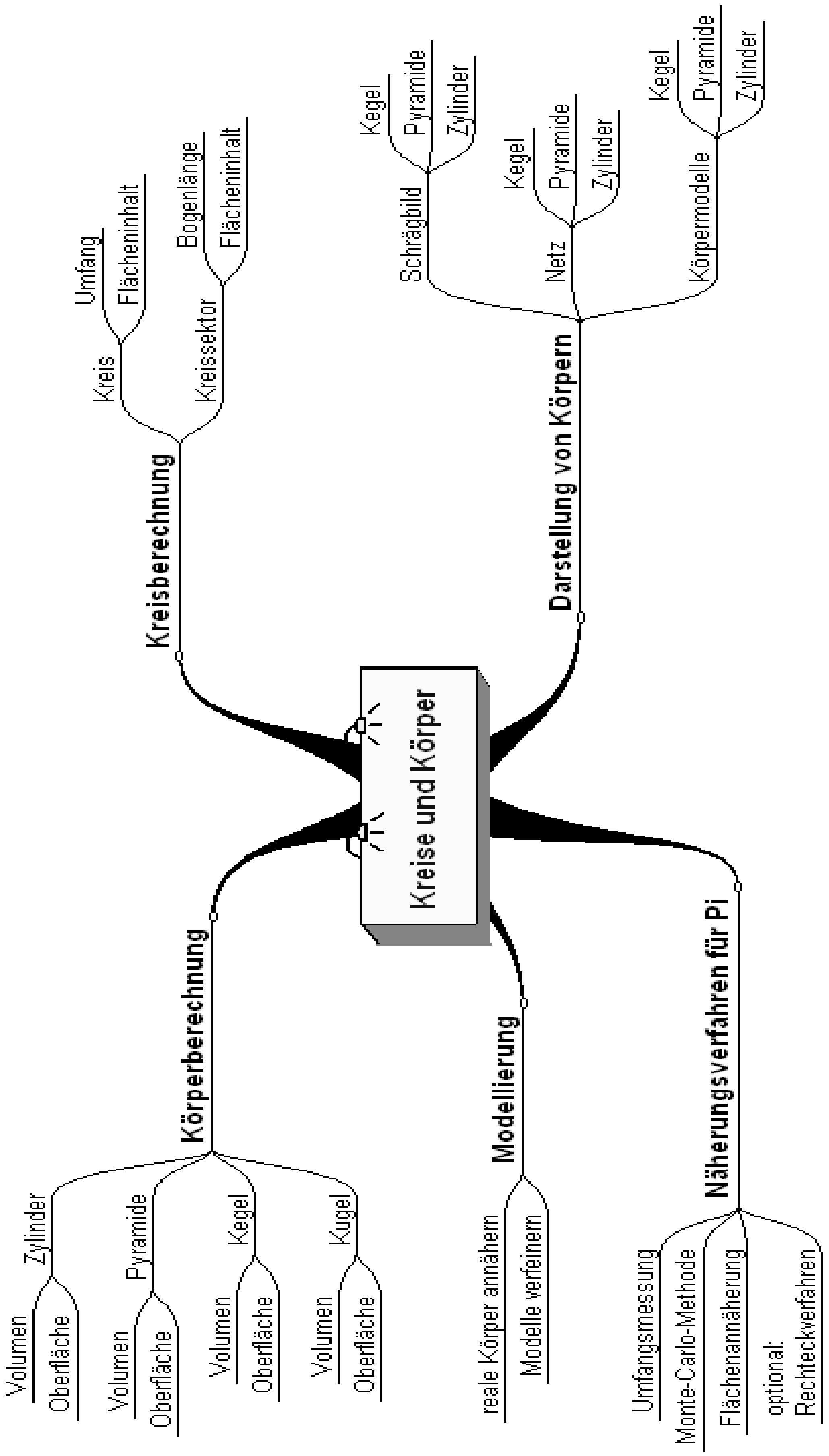


Kreise und Körper

L e h r e r m a t e r i a l i e n

Überblick über den Unterrichtsverlauf

Mind Map


Kreise und Körper
Kreisberechnung
Kreis
Umfang
Flächeninhalt
Kreissektor
Bogenlänge
Flächeninhalt
Darstellung von Körpern
Schrägbild
Kegel
Pyramide
Zylinder
Netz
Kegel
Pyramide
Zylinder
Körpermodelle
Kegel
Pyramide
Zylinder
Körperberechnung
Zylinder
Volumen
Oberfläche
Pyramide
Volumen
Oberfläche
Kegel
Volumen
Oberfläche
Kugel
Volumen
Oberfläche
Modellierung
reale Körper annähern
Modelle verfeinern
Näherungsverfahren für Pi
Umfangsmessung
Monte-Carlo-Methode
Flächenannäherung
optional:
Rechteckverfahren

Prozessbezogene Kompetenzen

Anhand dieses Unterrichtsmaterials können bei entsprechender methodischer Umsetzung folgende prozessbezogenen Kompetenzen des Kerncurriculums von den Schülerinnen und Schülern schwerpunktmäßig erworben werden:

Mathematisch argumentieren	Probleme mathematisch lösen	Mathematisch modellieren	Mathematische Darstellungen verwenden	Mit symbolischen, formalen, …	kommunizieren
• Vermutungen präzisieren • Wissen für mehrschrittige Argumentationen nutzen • Heurismen • Lösungswege vergleichen und bewerten	• Heurismen anwenden • Darstellungen anwenden • Mathematische Verfahren anwenden • Lösungsvielfalt • Ergebnisse beurteilen • Ursachen für Fehler erklären	• Wählen, variieren und verknüpfen Modelle zur Beschreibung von Realsituationen • Analysieren und bewerten verschiedene Modelle im Hinblick auf Realität • Einflussfaktoren finden und beschreiben, die Lösungen im Modell interpretieren	• Zeichnen Schrägbilder von Körpern, entwerfen Netze und stellen Modelle her	• Terme mit Variablen • Terme umformen • Taschenrechner zur Kontrolle • Nutzen eine handelsübliche Formelsammlung	• Überlegungen anderen mitteilen • Lösungsansätze und Lösungswege präsentieren • Überlegungen anderer verstehen, auf Schlüssigkeit überprüfen und darauf eingehen • Beurteilen und bewerten die Arbeit im Team

Inhaltsbezogene Kompetenzen

Mit diesem Unterrichtsmaterial werden folgende inhaltsbezogenen Kompetenzen vermittelt:

Zahlen und Operationen	Größen und Messen	Raum und Form	funktionaler Zusammenhang	Daten und Zufall
• Rechnen mit dem Taschenrechner	• Schätzen und berechnen Umfang und Flächeninhalt von Kreisen • Bestimmen näherungsweise den Flächeninhalt des Kreises und bewerten die Genauigkeit • Schätzen Umfang und Flächeninhalt von Figuren ab und bewerten die Ergebnisse • Schätzen und berechnen Oberflächeninhalt und Volumen von Pyramide, Zylinder, Kegel und Kugel • Schätzen Oberflächeninhalt von Körpern mithilfe von Pyramide, Zylinder, Kegel und Kugel ab und bewerten die Ergebnisse	• Zeichnen Schrägbilder von Pyramide und Kegel, entwerfen Körpernetze und stellen Modelle her		

Hinweise zu rechnerspezifischen und rechnerfreien Fertigkeiten

Rechnerfreie Fertigkeiten

Obwohl die Einheit „Kreise und Körper“ mit Verwendung des TC als Werkzeug unterrichtet wird, sollen bestimmte Fähigkeiten von den Schülerinnen und Schülern auch rechnerfrei erworben und beherrscht werden. Diese Fertigkeiten sollen in Klassenarbeiten oder in Kurztests nachgewiesen bzw. abgeprüft werden. Folgende rechnerfreie Fertigkeiten erscheinen uns relevant:
Die Schülerinnen und Schüler sollen:

1. Flächen und Umfänge von Kreisen sowie Oberflächen und Volumina von Körpern mit Kreisflächen näherungsweise berechnen können.
2. erläutern können, wie sich z. B. die Veränderung des Radius eines Kreises auf den Umfang und auf den Flächeninhalt auswirkt.
3. erläutern können, wie sich die Veränderung von Größen, wie z. B. Radius, Umfang, Körperhöhe, auf die Oberfläche und das Volumen eines Körpers auswirkt.
4. Netze und Schrägbilder von Körpern zeichnen können.
5. das Vorgehen bei Modellierungen beschreiben können.

Beispiele:

1. Berechne näherungsweise ohne Nutzung des Rechners die Oberfläche und das Volumen eines Zylinders mit $r = 2$ cm und $h = 3$ cm.

2. Wie verändert sich die Fläche eines Kreises, wenn man den Radius verdoppelt?

3. Wie verändert sich das Volumen und die Oberfläche eines Zylinders, wenn man
   a) den Radius verdoppelt?
   b) den Radius verdoppelt und die Höhe verdreifacht?

5. Eine Schokokugel hat einen Durchmesser von 1,5 cm.
   Der Knusperkern besteht aus eine Nussmasse mit einem Durchmesser von 0,7 cm.
   Eine handelsübliche Tüte enthält etwa 40 Schokokugeln.

CAS-Fertigkeiten

In dieser Einheit werden keine neuen spezifischen Fertigkeiten im Umgang mit dem TC eingeführt. Es werden aber bereits eingeübte Anwendungen wiederholt. So u. a. die Darstellung von Daten in Tabellen und Graphenplot, die Anwendung der Hilfen zur Bestimmung von Regressionsfunktionen sowie das Erstellen und Speichern von Berechnungsformeln.

Beispiel:

Die Formeln für die Oberflächen und Volumen von Körpern kann man wieder als Funktion interpretieren. So ergibt sich für das Volumen des Kegels:

$$V_{Keg}(r, h) = \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot h .$$

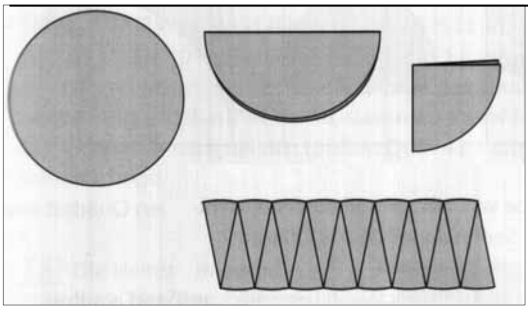
Nenne eine Fragestellung, zu deren Beantwortung man
– $V_{Keg}(2, 5)$
– den Befehl Solve(V_{Keg}(x , 5)=200,x) verwenden kann.

Thema 1: Einführung in die Kreisberechnung	**Dauer:** 5 Stunden
Rund um die Kreiszahl π werden Umfangs- und Flächeninhaltsberechnung für Kreise erarbeitet, anschließend zusammengeführt und geübt.	
Besondere Materialien/Technologie: LM 1.1 (Folienvorlagen) SM 1.1.1 bis 1.2.3 je Gruppe 5 m Bindfäden, Maßband, Kreide, Stäbe, Schreibmaterial	

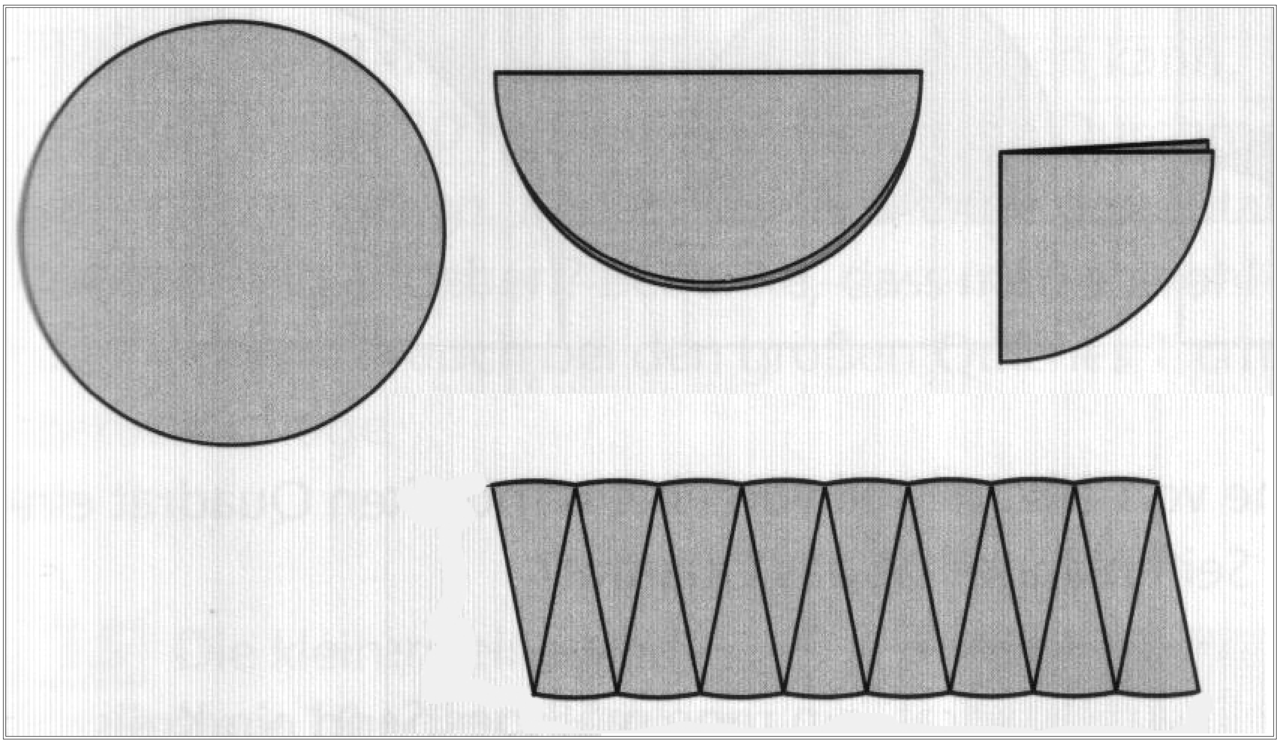
Ablauf der Stunden 1 bis 3:

Inhalt	**Medien**	**Kommentar**
Erarbeitung 1: In Gruppenarbeit sollen die Schüler einen Zusammenhang zwischen Kreisdurchmesser d und Umfang U finden. Die gewonnenen Daten sollen mit dem TC dargestellt und analysiert werden. Sollten die Ergebnisse der Gruppenarbeiten nicht zu einer zufriedenstellenden Annäherung der Zahl π führen, können die Messwerte mehrerer Gruppen in einer Tabelle zusammengeführt werden. **Reflexion:** Erstellen von Vermutungen zur Umfangsberechnung.	SM 1.1.1, Aufgabe 1	Bei der Analyse der Daten können die Kentnisse aus dem Kapitel „Lineare Zusammenhänge" (lineare Regression) genutzt werden.
Erarbeitung 2: In arbeitsteiliger Gruppenarbeit werden die Aufgaben 2 und 3 von den Schülern bearbeitet. Bei leistungsstarken Gruppen können die Aufgaben 4 und 5 binnendifferenzierend zusätzlich eingesetzt werden. In diesem Kontext ist Aufgabe 5 auch als Hausaufgabe geeignet.	SM 1.1.1 bis 1.1.5	
Auswertung: Ergebnispräsentationen: Im Unterrichtsgespräch sollten die Proportionalitäten deutlich gemacht werden. Mindestens die Formel für den Umfang sollte am Ende dieser Phase erarbeitet und gesichert sein. Sollte die Flächenformel sich noch nicht explizit aus dem Unterrichtgespräch ergeben haben, sollten die Schüler zumindest in der Lage sein, aus dem erarbeiteten quadratischen Zusammenhang mit dem TC zu vorgegebenen Radien näherungsweise Flächeninhalte bestimmen zu können.		Schülerkurzvorträge, Bei der Analyse der Daten können die Kentnisse aus dem Kapitel „Quadratische Zusammenhänge" (quadratische Regression) genutzt werden.
Hausaufgabe: Ggf. eine Aufgabe aus 1.2.1 bis 1.2.3		

Ablauf der Stunden 4 bis 5:

Inhalt	Medien	Kommentar
Einstieg: ggf. Ergebnisvergleich der HA Wiederholung der Formeln zu Flächeninhalt und Umfang des Kreises		UG
Erarbeitung:  Bei Zerlegung der Kreisfläche in eine möglichst große Anzahl gleicher Sektoren wird durch Umordnung gezeigt, dass sich näherungsweise ein Parallelogramm (im Grenzfall ein Rechteck) ergibt, dessen Höhe dem Radius des Kreises entspricht und dessen Grundseitenlänge die Hälfte des Umfangs des Kreises ist. $A = r \cdot \frac{U}{2} \quad \frac{A}{U} = \frac{r}{2} \quad A = r \cdot \frac{1}{2} \cdot 2\pi r$	Folie LM 1.1 alternativ Schmelz-käse „Torten-stückchen“	
Aufgabe: In Auswahl von SM 1.2.1 von Nr. 2 bis 3 unter Berücksichtigung der Umkehraufgaben Nr. 4 und 5	SM 1.2.1	PA
Hausaufgabe: Nr. 6 ff.	SM 1.2.2 bis 1.2.3	
Übung: Weitere Aufgaben in der 5. Stunde	SM 1.2.2 bis 1.2.3	

LM 1.1



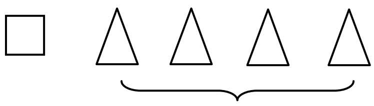
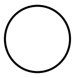
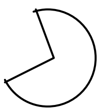
Thema 2: Körper	**Dauer:** 4 Stunden
Anhand von Modellen und Körpernetzen werden die Oberflächen- und Volumenformeln vorgestellt und plausibel gemacht. Zur Visualisierung und Dokumentation werden Schrägbilder der Körper skizziert. Evtl. vorhandene Formelsammlungen sollen alternativ zum Wissensspeicher genutzt werden. Vorkenntnisse zu den mathematischen Körpern aus Klasse 5/ 6 werden genutzt.	
Besondere Materialien/Technologie: Arbeitsblätter: LM 2.1a-b; LM 2.2a-c, Folienvorlagen: LM 2.3, LM 2.4 , Lösungen: LM 2.5 SM 2.1 bis 2.5	

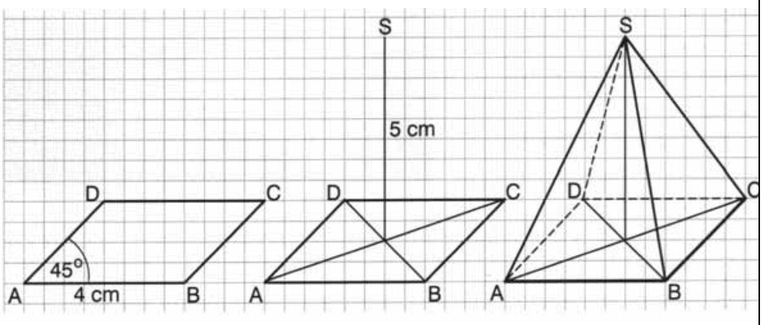
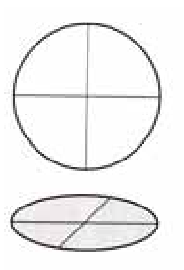
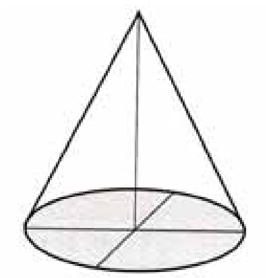
Ablauf der Stunde 1:

Inhalt: Zylinder – Netz und Oberfläche	**Medien**	**Kommentar**
Einstieg: Präsentation einer zylindrischen Käseschachtel, Dose oder einer anderen zylindrischen Verpackung		
Erarbeitung: Auftrag: Skizziere den Netzplan und gib eine Formel für die Oberfläche des Zylinders an.		
Vorstellung der Schülerergebnisse: Die Verifizierung der Formel kann durch Aufschneiden der Schachtel geleistet werden. O = ▭ + ○ + ○ O = Mantelfläche + Grundfläche + Deckfläche Länge des Rechtecks = Umfang des Kreises $O = 2\cdot \pi \cdot r \cdot h + 2 \cdot \pi \cdot r^2$ (h = Zylinderhöhe)	Tafel	Einführung des Begriffs Mantelfläche
Lehrerinfo: Perspektivische Skizze eines Zylinders 		Eine exakte perspekt. Zeichnung eines Kreises wird nicht durchgeführt.
Übung: • Konkrete Berechnung der Oberfläche der präsentierten Körper durch Angabe der entsprechenden Größenangaben. • Berechnung weiterer konkreter Ober- und Mantelflächen.	SM 2.1 Aufgabe 1 und 2	Auswirkungen der Veränderung von Radius und Höhe auf die Mantelfläche sollen erörtert werden (Aufgabe 2).

Hausaufgabe: Arbeitsblatt mit Körpernetzen von Kegeln und quadrat. Pyramiden Aufgaben: a) Ausschneiden der Körpernetze. Identifizierung der Körper b) Berechnung der Oberfläche der Körper c) Erstellen einer Formel für die Oberfläche der Körper	LM 2.1 a LM 2.1 b LM 2.2 a-c	vorbereitende Hausaufgabe: Körpernetze von verschiedenen Kegeln und Pyramiden anfertigen, je Schüler jeweils eine Pyramide und einen Kegel.

Ablauf der Stunde 2:

Inhalt: quadratische Pyramide und Kegel-Oberflächen	Medien	Kommentar
Einstieg: Vorstellung von Hausaufgabenergebnissen und Fertigstellung der Körper		
Zusammenfassung: Körpernamen, Formeln für die Oberflächen: **quadratische Pyramide:** Das Pyramidennetz ergibt nur einen geschlossenen Körper, wenn die Höhen der Seitendreiecke größer als die halbe Grundseitenlänge sind.  O = Grundfläche + Mantelfläche $O = a^2 + 4 \cdot a \cdot h_s$ h_s = Höhe der Seitenfläche **Kegel:** Das Kegelnetz ergibt nur dann einen geschlossenen Körper, wenn der Umfang der Grundfläche der Bogenlänge der Mantelfläche entspricht. O =  +  O = Grundfläche + Mantelfläche $O = \pi \cdot r^2 + \pi \cdot s^2 \cdot (\alpha/360°)$ $O = \pi \cdot r^2 + \pi \cdot r \cdot s$ (s = Mantellinie des Kegels = Radius des großen Kreise)	Tafel, Modelle	Reduktion auf regelmäßige quadratische Pyramide Formelgleichheit kann durch Termumformung erklärt werden.

Lehrerinfo: Zeichnen des Schrägbilds einer quadratischen Pyramide  Skizzieren des Schrägbildes eines Kegels  	Tafel/ Overhead projektor LM 2.3	
Übung/Hausaufgabe Aufgabe 3	SM 2.1	

Ablauf der Stunden 3 und 4:

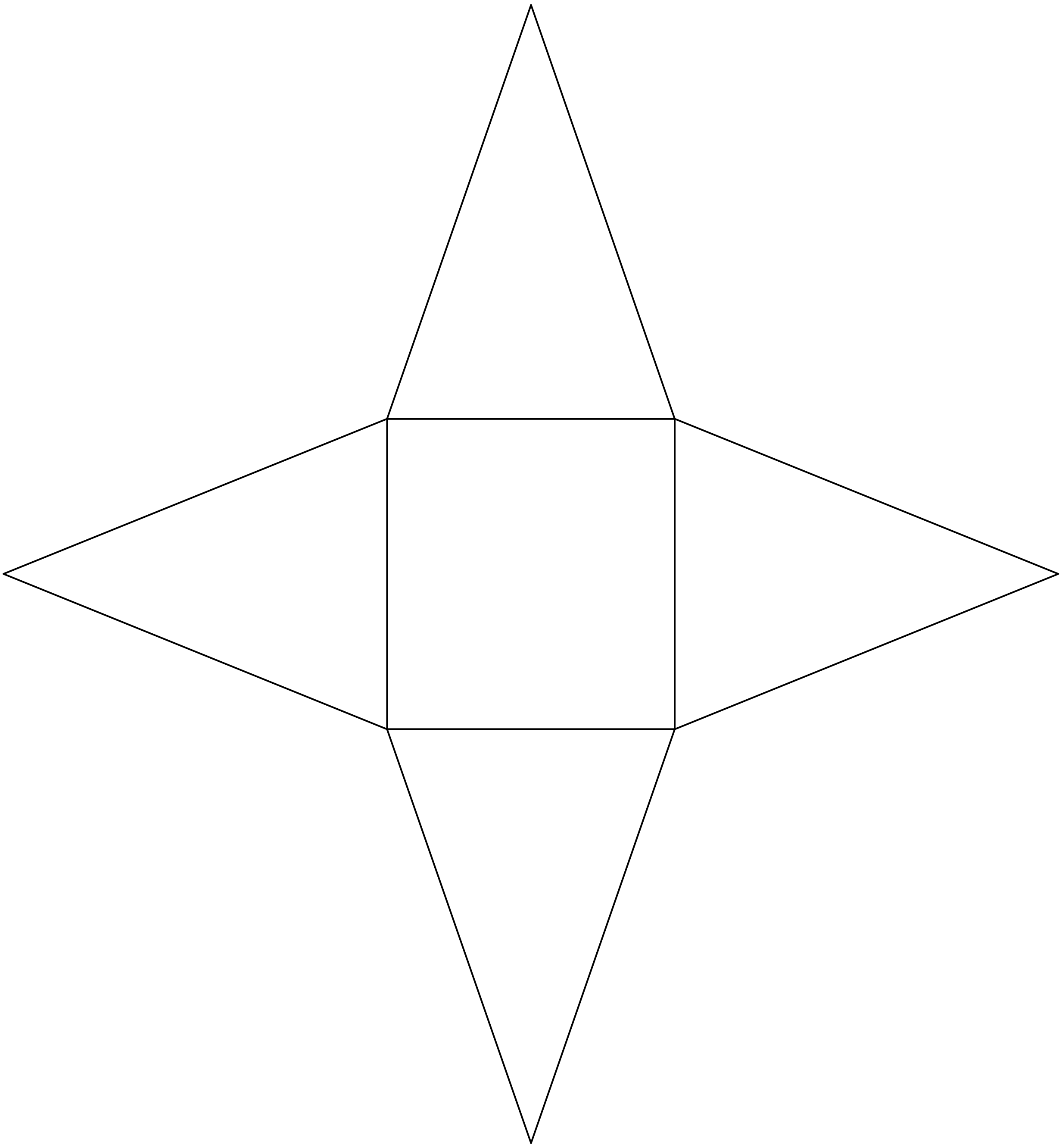
Inhalt	Medien	Kommentar
Einstieg: Lehrervortrag: Oberflächen und Volumen Ausgehend von den gefertigten Modellen und Schrägbildern stellt sich in vielen Anwendungen die Frage nach dem Volumen der Körper. Je nach Ausstattung der Schule sollte der Vortrag durch Umschütten von Flüssigkeiten/Sand in entsprechende Modelle (Prisma-Halbkugel-Pyramide) unterstützt werden.	Folie LM 2.4 Modelle und Füll-material	Es sollen nur die Formeln vorgestellt und an einigen Stellen plausibel gemacht werden. Es soll keine ausführliche Herleitung über die sich aus den Netzen ergebenden Oberflächen erfolgen.

Bearbeitung 1: Bearbeiten von Aufgaben zur Anwendung der Formeln. Während einige Aufgaben nur die Wahl der geeigneten Formel und die Berechnung erfordern, muss in den Aufgaben c), e), f), h) und i) der Satz des Pythagoras angewandt werden, um eine für die Formel benötigte Größe zu bestimmen.	SM 2.2 Aufgabe 1	EA Hilfestellung zum Pythagoras je nach Verlauf entweder individuell oder beispielhaft im Plenum.
Kontrolle der Aufgaben	LM 2.5	Auflegen und Vergleich der Ergebnisse, Besprechung nur von Problemstellen
Bearbeitung 2: Aufgabe 2 Diese Aufgabenstellung erfordert die Umformung der Formeln nach der gesuchten Variablen (TC: ‚Solve').	SM 2.2	GA
Hausaufgabe: Aufgaben 3 bis 5 Die Aufgaben 3 und 4 stellen den Bezug zur funktionalen Beschreibung her und verdeutlichen die Zusammenhänge zwischen Volumen und Radius bzw. Höhe.	SM 2.2	
Weitere Übungen: Es folgen Übungsaufgaben aus dem Aufgabenpool	SM 2.4 bis 2.5	

LM 2.1a

Klasse	2. Körper – Vorlage Pyramide	LM 2.1a	Datum:

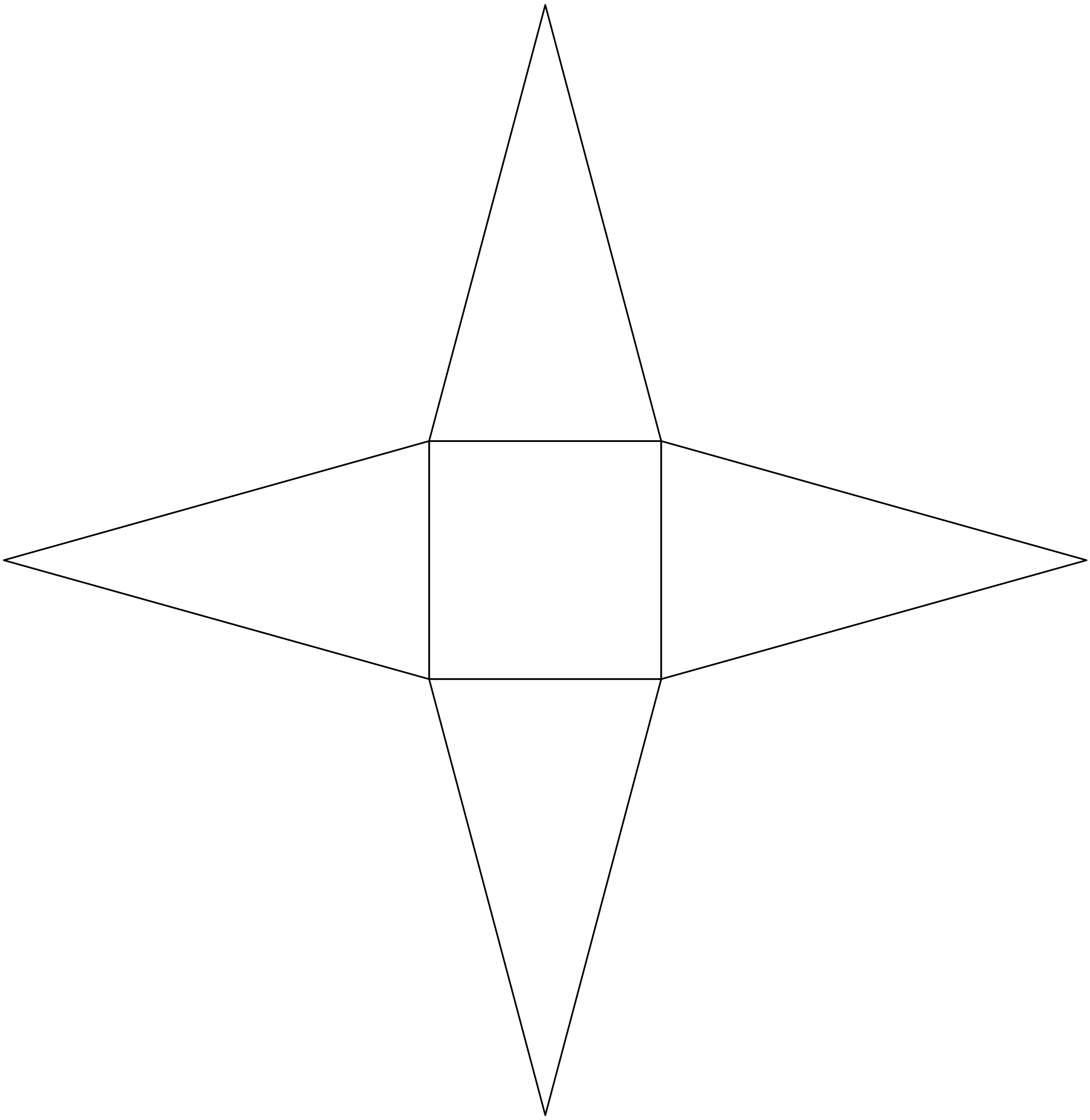
Schneide den Netzplan aus und falte ihn zu einem Körper.
Wie heißt der Körper?
Berechne die Oberfläche.



LM 2.1b

Klasse	2. Körper – Vorlage Pyramide	LM 2.1b	Datum:

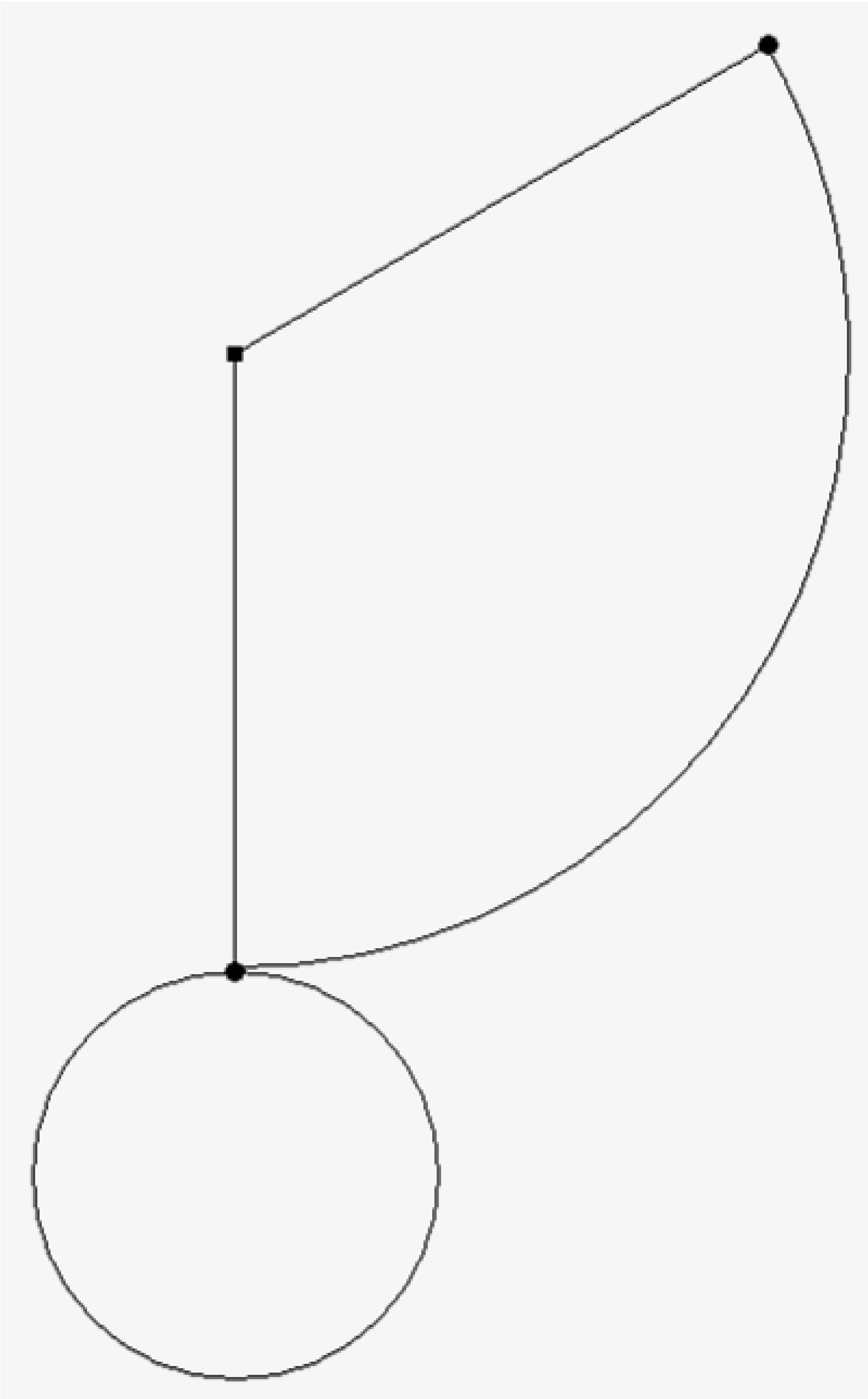
Schneide den Netzplan aus und falte ihn zu einem Körper.
Wie heißt der Körper?
Berechne die Oberfläche.



LM 2.2a

Klasse	2. Körper – Vorlage Kegel	LM 2.2a	Datum:

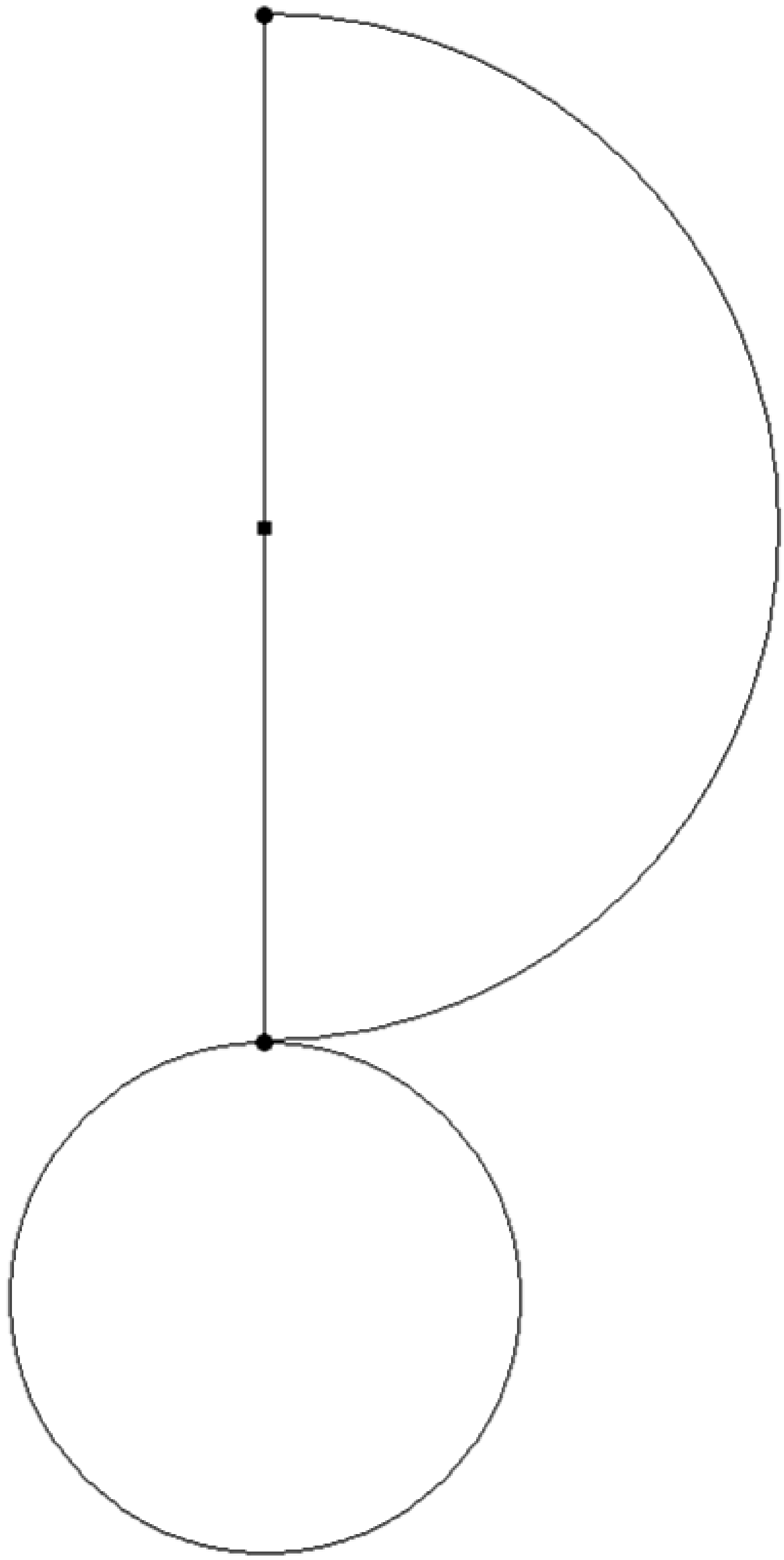
Schneide den Netzplan aus und falte ihn (ohne weitere Knickstellen) zu einem Körper.
Wie heißt der Körper?
Berechne seine Oberfläche.



LM 2.2b

Klasse	2. Körper – Vorlage Kegel	LM 2.2b	Datum:

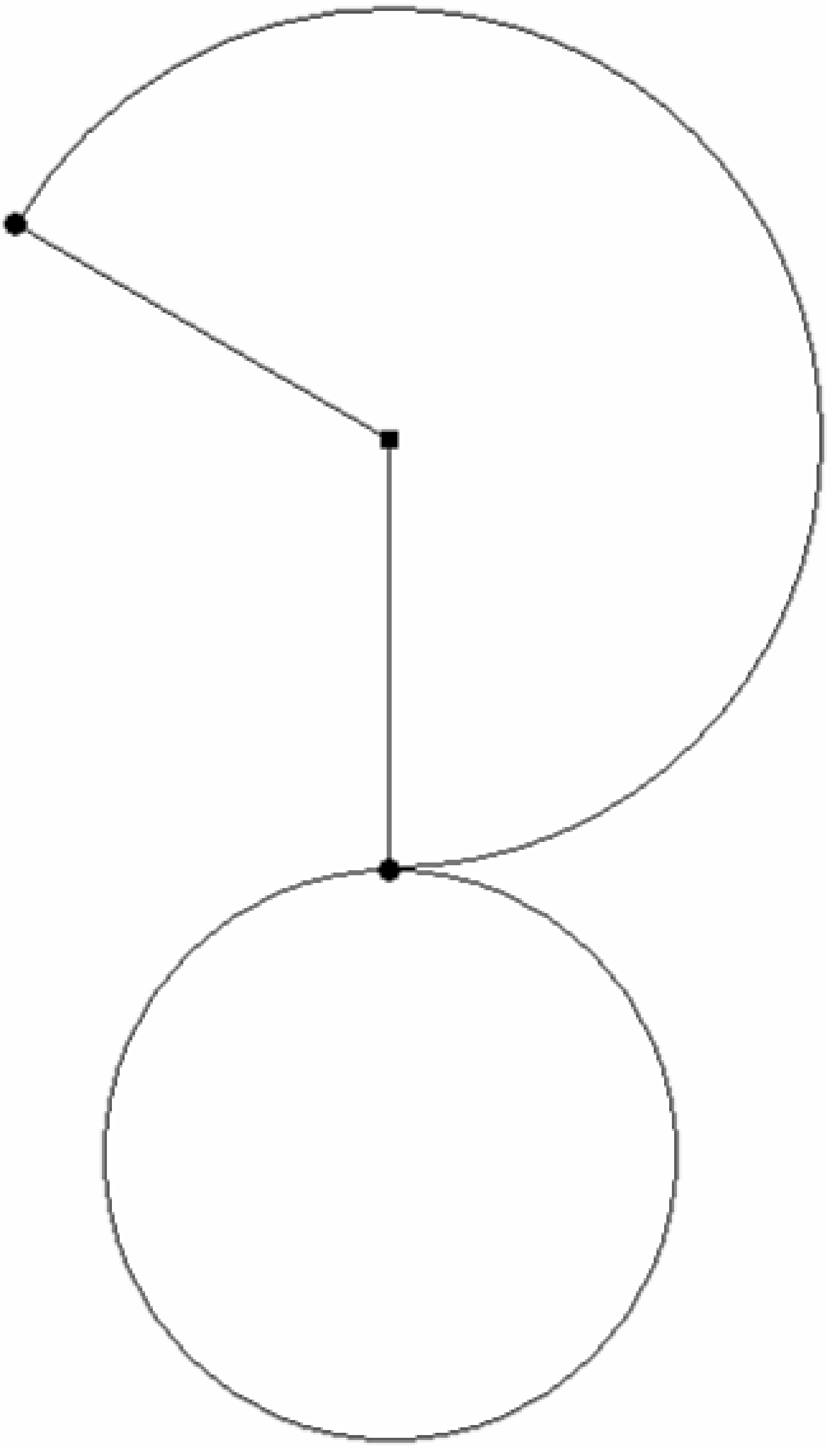
Schneide den Netzplan aus und falte ihn (ohne weitere Knickstellen) zu einem Körper.
Wie heißt der Körper?
Berechne seine Oberfläche.



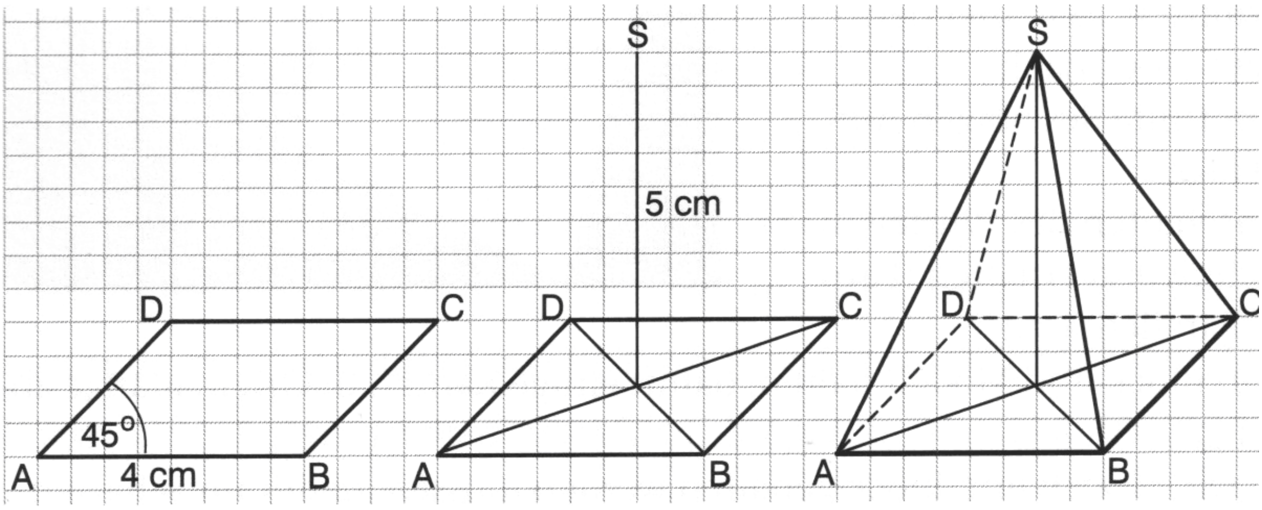
LM 2.2c

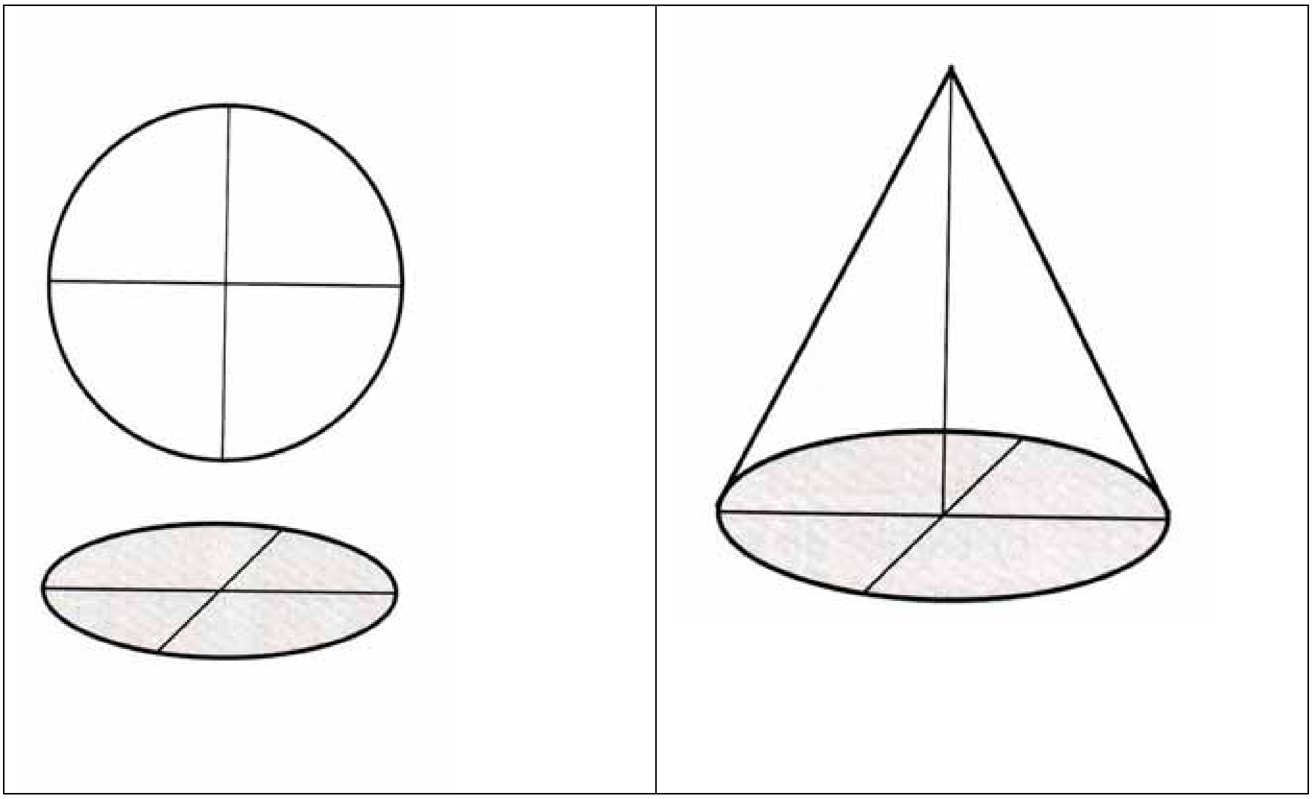
Klasse	2. Körper – Vorlage Kegel	LM 2.2c	Datum:

Schneide den Netzplan aus und falte ihn (ohne weitere Knickstellen) zu einem Körper.
Wie heißt der Körper?
Berechne seine Oberfläche.



LM 2.3

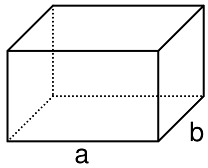
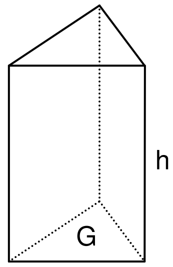
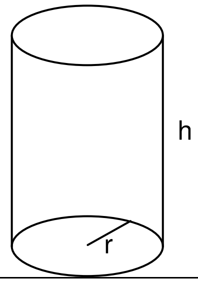
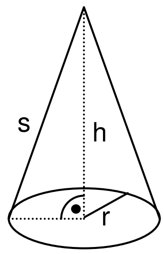
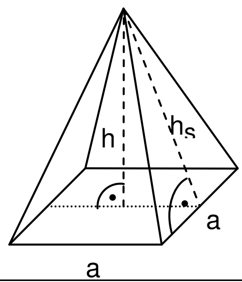
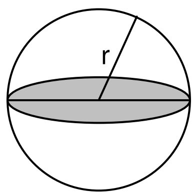




LM 2.4

Formeln zu Oberflächen und Volumen

M: Mantelfläche, G: Grundfläche

Körper	**Beschreibung**	**Oberfläche**	**Volumen**	**Figur**
Quader	Für einen Quader mit den Grundseiten a, b und c gilt:	$O =$ $2\,a \cdot b + 2\,b \cdot c + 2\,a \cdot c =$ $2(a \cdot b + b \cdot c + a \cdot c)$	$V = a \cdot b \cdot c$	
Prisma	Für ein Prisma mit der Höhe h gilt:	$O = 2G + M$	$V = G \cdot h$	
Zylinder	Für einen Zylinder mit dem Grundkreisradius r und der Höhe h gilt:	$O = 2G + M =$ $2\pi \cdot r^2 + 2\pi \cdot r \cdot h$	$V = \pi r^2 \cdot h$	
Kegel	Für einen Kegel mit dem Radius r, der Höhe h und der Mantellinie s gilt:	$O = G + M =$ $\pi \cdot r^2 + \pi \cdot r \cdot s$	$V = \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot h$	
Pyramide	Für eine quadratische Pyramide mit der Grundseitenlänge a, der Höhe h und der Höhe h_s gilt:	$O = a^2 + 4\frac{a \cdot h_s}{2}$	$V = \frac{1}{3}a^2 \cdot h$	
Kugel	Für eine Kugel mit Radius r gilt:	$O = 4\pi \cdot r^2$	$V = \frac{4}{3}\pi r^3$	

LM 2.5

Lösungen zu Aufgabe 1, SM 2.2

	Körper	**Gegeben**		**Gesucht**	
a)	Zylinder	$r = 4$ cm	$h = 8$ cm	$V = 128\,\pi$ cm^3 $\approx 402{,}1$ cm^3	$O = 96\,\pi$ cm^2 $\approx 301{,}6$ cm^2
b)	Kugel	$r = 6$ mm		$V = 288\,\pi$ mm^3 $\approx 904{,}8$ mm^3	$O = 144\,\pi$ mm^2 $\approx 452{,}4$ mm^2
c)	Kegel	$r = 4$ cm	$h = 3$ cm	$V = 16\,\pi$ cm^3 $\approx 50{,}3$ cm^3	$s = 5$ cm $O = 36\,\pi$ cm$^2 \approx 113{,}1$ cm^2
d)	Zylinder	$r = 5$ cm	$h = 15$ m	$V = 37500\,\pi$ cm^3 ≈ 117810 cm^3	$O = 15050\,\pi$ cm^2 ≈ 47281 cm^2
e)	Pyramide	$a = 4$ m	$h = 6$ m	$V = 32$ m^3	$h_s = 2\sqrt{10}$ m $\approx 6{,}3$ m $O = 16$ m$^2 + 16\sqrt{10}$ m^2 $\approx 66{,}6$ m^2
f)	Kegel	$r = 5$ cm	$s = 13$ cm	$h = 12$ cm $V = 100\,\pi$ cm^3 $\approx 314{,}2$ cm^3	$O = 90\,\pi$ cm^2 $\approx 282{,}7$ cm^2
g)	Kugel	$r = 2$ cm		$V = \frac{32}{3}\pi$ cm^3 $\approx 33{,}5$ cm^3	$O = 16\,\pi$ cm^2 $\approx 50{,}3$ cm^2
h)	Kegel	$s = 5$ cm	$h = 4$ cm	$r = 3$ cm $V = 12\,\pi$ cm^3 $\approx 37{,}7$ cm^3	$O = 24\,\pi$ cm^2 $\approx 75{,}4$ cm^2
i)	Pyramide	$a = 8$ cm	$h_s = 5$ cm	$h = 3$ cm $V = 64$ cm^3	$O = 144$ cm^2

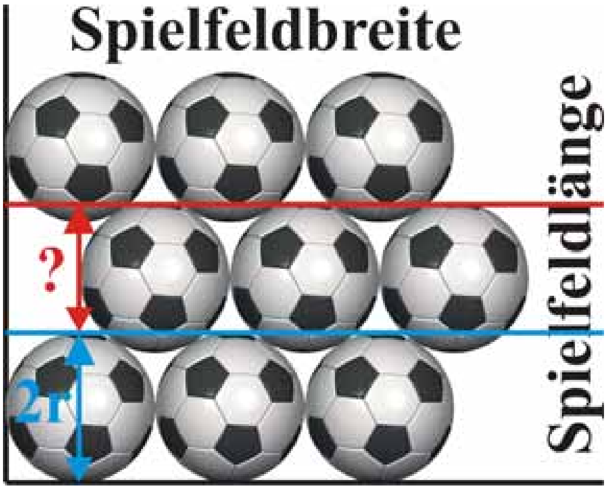
Thema 3: Anwendungen	**Dauer: 3 Stunden**
Die behandelten Formeln zum Volumen und Oberflächeninhalt von Körpern werden auf komplexere Probleme angewendet. Der Schwerpunkt dieses Abschnittes liegt dabei auf der Modellierung realer Körper. Jeder Schüler soll zwei Aufgaben bearbeiten, zunächst eine gegliederte mit Hilfen zur Modellbildung und dann eine offene.	
Besondere Materialien/Technologie: Arbeitsblätter SM 3.1 bis 3.3 Konservendose (850 cm^3); Schokoküsse; besondere Verpackungen; evtl. Luftballon	

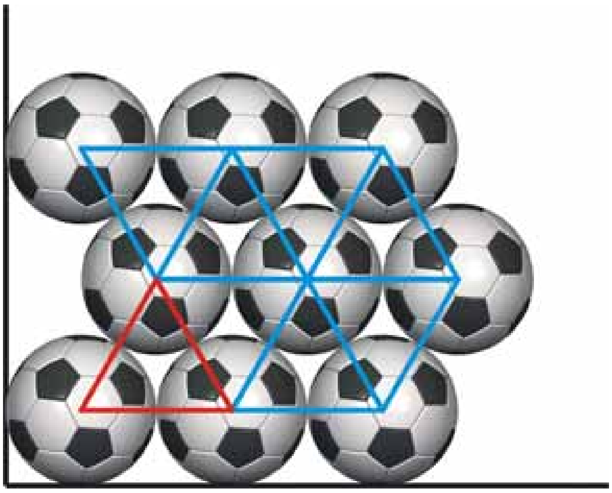
Ablauf der Stunden

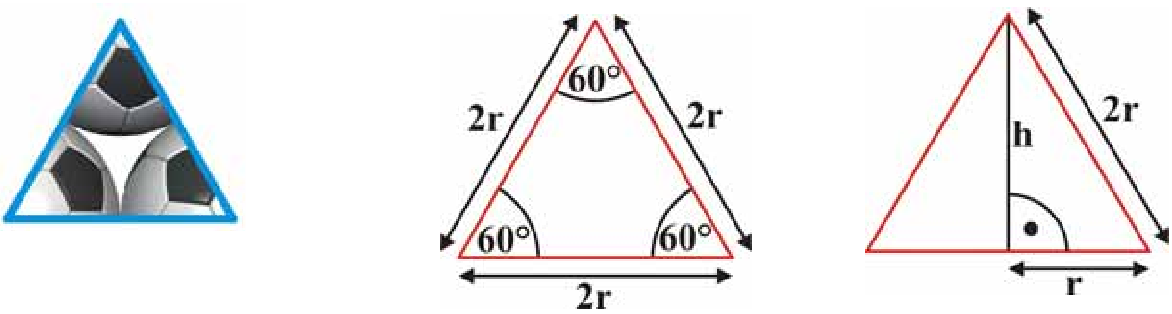
Inhalt	Medien	Kommentar
Übung: Die Schüler sollen bei der Modellierung komplexerer Probleme das in Abschnitt 1 und 2 gewonnene Wissen anwenden. In den Aufgaben 1 und 2 werden gestufte Hilfen zur Modellierung gegeben, die Aufgaben 3 bis 5 sind offener. Mögliche Erweiterungen: In Aufgabe 1 könnte zusätzlich eine Optimierung des Materialbedarfs untersucht werden oder eine Optimierung in der Anordnung der Deckel und Mantelfläche zum Ausstanzen auf einem vorgegebenen Blech. In Aufgabe 2 könnte der Schokoladenbedarf usw. für eine Tagesproduktion an Schokoküssen abgeschätzt werden; dabei sind Fragen der Genauigkeit von besonderem Interesse. Hinweise zu Aufgabe 5: Das Bild legt eine „Quadratpackung“ nahe. Die Angaben zum Ball (Umfang und Gewicht) sind bewusst Bereiche (Modellierung), diskutieren! Verhältnis „Bälle – Spielfeldfläche“ kann (sollte) auf Verhältnis „Kreis – umgeschriebenes Quadrat“ zurückgespielt werden mit der Erkenntnis, dass für das Verhältnis die Größe des Balles unerheblich ist. Aufgabe b) soll ‚Dreieckspackung’ in den Blick rücken. Wenn dies nicht von selbst in den Gruppen passiert, dann sollte Impuls gegeben werden. Verhältnis hier auf Verhältnis „Kreisdrittel – Dreieck“ zurückspielen.	SM 3.1 bis SM 3.3	In Gruppen sollte jeder Schüler eine der Aufgaben 1 und 2 sowie eine der Aufgaben 3 bis 5 bearbeiten. Folie 3.1 als gestuft einsetzbare Hilfen

LM 3.1

Hilfe zu SM 3.3 Aufgabe 5







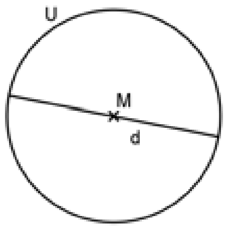
Quelle:
http://www.postbank.de/-snm-0184330283-1199739055-024be00014-0000000024-1199739417-enm-postbank/wu_geschichte_fifa_wm2006_kick_off.html

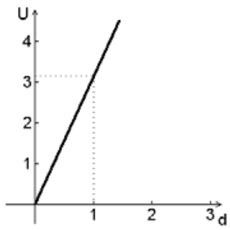
Wissensspeicher

Formeln für den Kreis

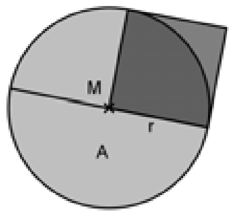
<table>
<tr><td colspan="2">Bei allen Kreisen ist das Verhältnis von Umfang und Durchmesser konstant. Die Konstante ist die Kreiszahl π.</td><td colspan="2">Bei allen Kreisen ist das Verhältnis von Flächeninhalt zu dem Quadrat des Radius konstant. Die Konstante ist die Kreiszahl π.</td></tr>
<tr><td>$\frac{U}{d} = \pi$

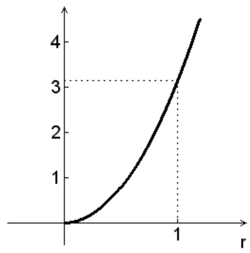
$U = \pi \cdot d = 2\pi r$


</td><td>$U(d) = \pi \cdot d$


</td><td>$\frac{A}{r^2} = \pi$

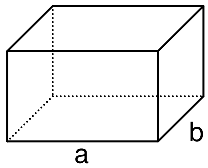
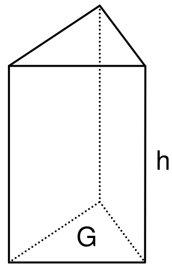
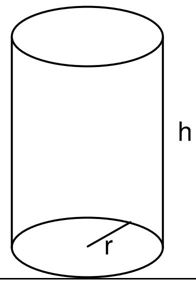
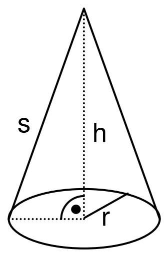
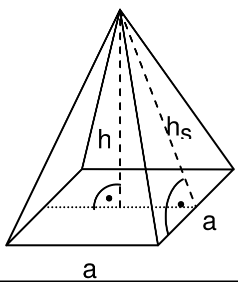
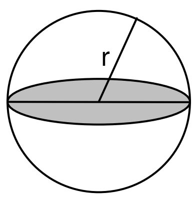
$A = \pi \cdot r^2$


</td><td>$A(r) = \pi \cdot r^2$


</td></tr>
</table>

Formeln zu Oberflächen und Volumen

M: Mantelfläche, G: Grundfläche

Körper	Beschreibung	Oberfläche	Volumen	Figur
Quader	Für einen Quader mit den Grundseiten a, b und c gilt:	$O =$ $2\,a \cdot b + 2\,b \cdot c + 2\,a \cdot c =$ $2(a \cdot b + b \cdot c + a \cdot c)$	$V = a \cdot b \cdot c$	
Prisma	Für ein Prisma mit der Höhe h gilt:	$O = 2G + M$	$V = G \cdot h$	
Zylinder	Für einen Zylinder mit dem Grundkreisradius r und der Höhe h gilt:	$O = 2G + M =$ $2\pi \cdot r^2 + 2\pi \cdot r \cdot h$	$V = \pi r^2 \cdot h$	
Kegel	Für einen Kegel mit dem Radius r, der Höhe h und der Mantellinie s gilt:	$O = G + M =$ $\pi \cdot r^2 + \pi \cdot r \cdot s$	$V = \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot h$	
Pyramide	Für eine quadratische Pyramide mit der Grundseitenlänge a, der Höhe h und der Höhe h_s gilt:	$O = a^2 + 4\frac{a \cdot h_s}{2}$	$V = \frac{1}{3}a^2 \cdot h$	
Kugel	Für eine Kugel mit Radius r gilt:	$O = 4\pi \cdot r^2$	$V = \frac{4}{3}\pi r^3$	

5. Selbsteinschätzung

Schätze deine Kenntnisse ein und mache ein Kreuz in der entsprechenden Spalte.

Ich kann	**ich bin sicher**	**ich muss noch üben**	**ich brauche Hilfe**
• den Flächeninhalt und den Umfang eines Kreises berechnen. $r = 5\text{ cm}:$ $U = 10\pi \approx 31{,}4\text{ cm}\ ;\ \ A = 25\pi \approx 78{,}54\text{ cm}^2$			
• die Veränderung der Fläche und des Umfangs bei Vergrößerung des Radius beschreiben.			
• zwei verschiedene Methoden für die Bestimmung eines Näherungswertes für π beschreiben.			
• die einzelnen Bestimmungsstücke für die Berechnungen von Oberflächen und Volumina von Körpern benennen und bestimmen.			
• Schrägbilder und Netze von Zylindern, Pyramiden und Kegeln skizzieren.			
• die Veränderung des Volumens von Zylindern, Kegeln und Kugeln beschreiben, wenn der Radius vergrößert wird.			
• Volumen und Oberfläche unbekannter Körper mithilfe bekannter Körper abschätzen. 			

6. Rechnerfreie Aufgaben

Aufgabe 1

Berechne näherungsweise ohne Nutzung des Rechners die Oberfläche und das Volumen eines Zylinders mit:
$r = 2$ cm; $h = 3$ cm

Aufgabe 2

Wie verändert sich die Fläche eines Kreises, wenn man den Radius verdoppelt?

Aufgabe 3

Wie verändert sich das Volumen und die Oberfläche eines Zylinders, wenn man
a) den Radius verdoppelt?
b) den Radius verdoppelt und die Höhe verdreifacht?

Aufgabe 4

Eine Schokokugel hat einen Durchmesser von 1,5 cm.
Der Knusperkern besteht aus eine Nussmasse mit einem Durchmesser von 0,7 cm.
Eine handelsübliche Tüte enthält etwa 40 Schokokugeln.

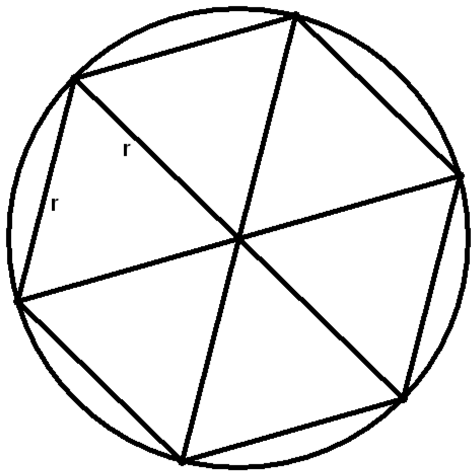
Aufgabe 5

Ein Messzylinder mit **r = 2cm** und **h = 10 cm** ist zur Hälfte mit Wasser gefüllt.
a) Bestimme die Wassermenge in Litern !
b) Nach dem vollständigen Eintauchen einer Kugel mit dem Radius **R** ist der Wasserstand **2,5 cm höher**. Bestimme den Radius **R** der Kugel!
c) Bestimme den Anstieg des Wasserstandes, wenn ein Kegel mit **H = 2 cm** und **R = 1,5 cm** eingetaucht wird!

Aufgabe 6

Ein regelmäßiges sechsseitiges Prisma hat die Grundkante **a = 6 cm** und die Höhe **h = 8 cm** .

a) Berechne das Volumen und die Oberfläche des Prismas!
b) Das Prisma sei einem Zylinder einbeschrieben. Berechne dessen Mantel!
c) Dem Prisma sei eine Pyramide mit gleicher Grundfläche und Höhe einbeschrieben. Berechne dessen Mantelfläche!



Aufgabe 7

Ein Kreisring ist 3 cm dick. Sein Flächeninhalt beträgt 33 cm². Bestimme den Radius des Innenkreises. Erläutere dein Vorgehen mithilfe einer Skizze.

.

7. Klassenarbeitsaufgaben

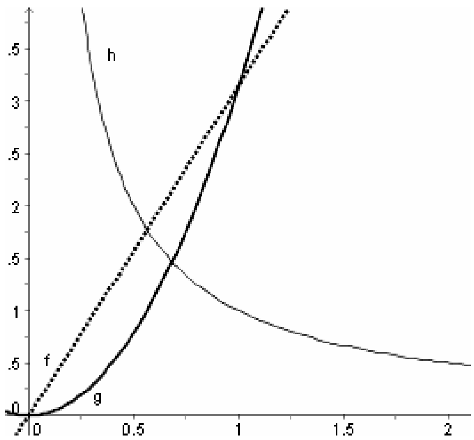
Aufgabe 1

Beim Kauf von Elektrokabeln findet man die Angaben 1,5 mm² und 4 mm² für die Querschnittsfläche des Kupferanteils.

a) Berechne für die beiden Kabeltypen jeweils den Durchmesser des Kupferdrahtes.
b) Die Isolierschicht hat eine Dicke von 0,3 mm. Bestimme damit den Gesamtumfang des Kabels
(*Falls Du a nicht bearbeiten konntest, rechne mit den Ersatzwerten r = 0,75 mm [1,1 mm]*).

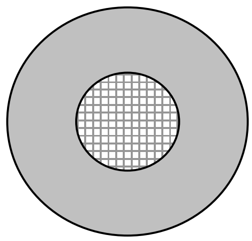
Aufgabe 2

Entscheide, welcher der Graphen den Zusammenhang zwischen Radius und Umfang des Kreises beschreibt und welcher den Zusammenhang zwischen Radius und Flächeninhalt des Kreises. Begründe kurz.



Aufgabe 3

Die Firma Pirolli plant ein kreisförmiges Bürogebäude mit dem Gesamtdurchmesser 30 m mit einem kreisförmigen Innenhof mit dem Durchmesser 10 m.



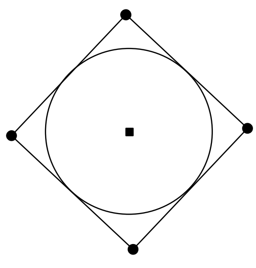
a) Bestimme den prozentualen Anteil der Bürofläche im Erdgeschoss am umbauten Raum.
b) In 3 m Abstand vom Gebäude wird ein Zaun drumherumgebaut. Wie lang ist dieser?
c) Die Abteilung Marketing erhält 40 m² Bürofläche. Welchen Mittelpunktswinkel muss der Architekt wählen, um diese einzuzeichnen?

Aufgabe 4

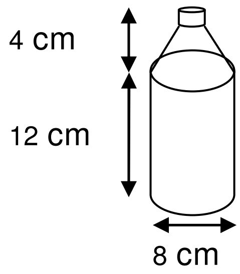
Der Stamm einer Sequoia Giganta kann einen Durchmesser von bis zu 10 m haben.
Wie viele Männer sind notwendig, um einen solchen Baum zu umfassen, wenn jeder Mann eine Armspannweite von etwa 1,80 m hat?

Aufgabe 5

Ein Kreis mit einer Fläche von 10 cm² soll von einem möglichst kleinen Quadrat eingeschlossen werden. Berechne die Seitenlänge des Quadrats.



Aufgabe 6



Eine Firma stellt die nebenstehenden Spraydosen her.

a) Wie groß ist das Fassungsvermögen einer Spraydose?
b) Aus Sicherheitsgründen darf die Dose nur bis zu einer Höhe von 12 cm gefüllt werden. Wie viel Prozent des Inhalts werden nicht gefüllt?
c) Die gesamte Dose soll von außen golden gefärbt werden. 1 kg Farbe reicht für 8 m². Wie viele Dosen können mit einem kg Farbe eingefärbt werden?

Aufgabe 7

Erbsen und Möhren gibt es immer in mehreren Dosengrößen.
Die größere Dose hat eine Füllmenge von 820 g und die kleinere von 420 g.
Die Größere hat einen Bodenradius von 4,9 cm und eine Höhe von 11,3 cm.
Die Kleinere hat einen Bodenradius von 3,6 cm und eine Höhe von 10,5 cm.

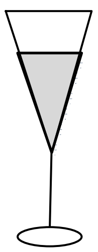
a) Die kleinere Dose hat circa die halbe Füllmenge der Großen. Prüfe, ob dieser Zusammenhang auch für das Volumen gilt.
b) Vergleiche die Oberfläche der beiden Dosen.
c) Welche der Dosen ist im Materialverbrauch bezogen auf die Füllmenge wirtschaftlicher?

Aufgabe 8

Entscheide, ob folgende Aussage wahr oder falsch ist. Begründe Deine Aussage anhand einer Formel oder einer Zeichnung.

a) Wird der Radius der Grundfläche eines Zylinders verdoppelt, so verdoppelt sich auch das Volumen.
b) Wird der Radius der Grundfläche verdoppelt und die Höhe halbiert, so bleibt die Mantelfläche eines Zylinders gleich.
c) Wird das Volumen des Kegels verdoppelt, so wird auch die Höhe verdoppelt.

Aufgabe 9



Bei einem Sektempfang wird der Sekt in kegelförmigen Gläsern gereicht.

a) Diese sind bis zu einer Höhe von 8 cm gefüllt und haben auf dieser Höhe einen Durchmesser von 7,5 cm. Der Wirt rechnet mit 1 dl pro Glas. Kommt das hin?
b) Ein Gast sagt: „Für mich bitte nur ein halbes Glas!“ Der Kellner schenkt bis auf die halbe Höhe ein, womit der Gast nicht zufrieden ist. Erkläre, weshalb?

Aufgabe 10

In eine zylinderförmige Cola-Dose mit dem Durchmesser 6,4 cm und der Höhe 12 cm werden 0,33 l Cola eingefüllt.

a) Wie viel m² Blech benötigt man für die Herstellung einer Dose (Du darfst annehmen, dass die Dose ein einfacher Zylinder ist.)
b) Wie hoch steht die Cola in der Dose?
c) Aus der Dose wird ein Glas mit 0,2 l gefüllt. Um wie viel sinkt der Colastand in der Dose dadurch?
d) Klaus hat eine Cola-Dose, in der die Cola noch bis 5 cm über dem unteren Rand steht. Wie viele Schlücke mit je 2 cl-Volumen kann er sich noch gönnen?

Aufgabe 11

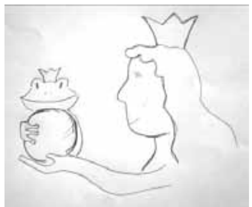
Massives Silber
gut zu tragen,
wiegt nur 150 g
Durchmesser des Reifen:
10 cm
Querschnittsfläche
0,8 cm²

nur 10,– Euro

Carla sieht auf einem Flohmarkt einen schönen Armreif aus Silber. Auf einem Schild liest sie die nebenstehenden Angaben.

a) Bestimme das Volumen des Reifens in cm³.
b) Carla bezweifelt, dass der Reifen aus massivem Silber sein kann, denn 1 cm³ Silber wiegt 10,5 g.
Hat sie recht?
Begründe Deine Aussage mithilfe einer Rechnung.
c) Wenn Carla davon ausgeht, dass der Reifen wirklich nur aus Silber ist, dann muss er eine Silberröhre sein.
Bestimme die Wanddicke dieser Silberröhre.

Aufgabe 12

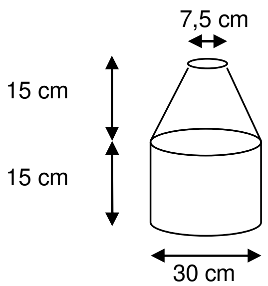


Sicher kennst du das Märchen vom Froschkönig. Überlege:

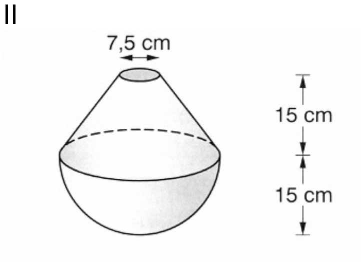
a) Kann eine Prinzessin eine derart massive Goldkugel überhaupt werfen?
b) Nehmen wir an, die Kugel ist hohl. Sie hat einen Außendurchmesser von 12 cm und eine Wanddicke von 2 mm. Wird die Geschichte dadurch realistischer?
Dichte von Gold: 19,3 g/cm³

Aufgabe 13

I

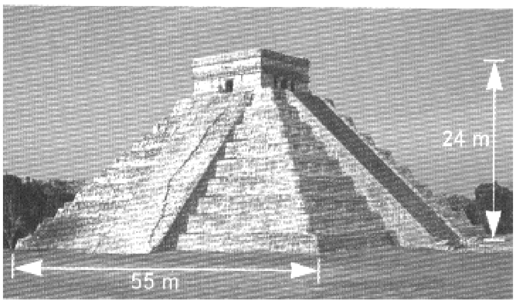


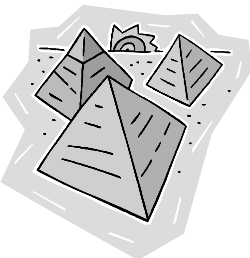
II



a) Berechne die Füllmenge der dargestellten Behälter, wenn diese bis zum Rand gefüllt werden.
Die Behälter werden unter einem Wasserhahn mit konstanter Fließgeschwindigkeit gefüllt.
b) Das dauert für Behälter I 40 Sekunden. Berechne für beide Gefäße die Zeit, die unter demselben Wasserhahn bis zur halben Füllhöhe benötigt wird.
c) Skizziere für beide Behälter den Graphen, der die Füllhöhe in Abhängigkeit von der Zeit beschreibt.

Aufgabe 14





Auf der Abbildung siehst du eine Stufenpyramide der Maya.

a) Berechne das ungefähre Volumen der „Pyramide“ (ohne Rampen). Dafür darfst du den Tempel durch 3 weitere Stufen ersetzt denken.
b) Berechne das Volumen einer ägyptischen Pyramide (ohne Stufen) mit gleicher Grundseite und gleicher Höhe. Um wie viel Prozent der Masse unterscheiden sich die beiden Bauten, wenn 1 m³ Steine etwa 2,5 t wiegt?
c) Welche Oberfläche ist bei dieser ägyptischen Pyramide zu verputzen?
d) Wir gehen jetzt von der ägyptischen Pyramide mit den gegebenen Maßen aus. Der Nachbarkönig möchte eine um 10 % höhere Pyramide bauen. Um welchen Faktor nimmt dann das Volumen zu, wenn alles andere gleich bleibt? Welche Länge muss er für die Grundseiten wählen, wenn er das Volumen **nicht** verändern möchte?

Aufgabe 15

Vor dir steht eine Mineralwasserflasche, deren Fassungsvermögen und Materialbedarf bestimmt werden soll.

a) Gib ein möglichst einfaches Modell zur Berechnung an.
b) Wie könnte das Modell verfeinert werden, um genauere Werte zu erreichen.

Das sollst Du im Kopf können

Aufgabe 1

a) Gib die Lösungsmenge zur Gleichung $25 = x^2$ an.

b) Welchen Wert bekommt der Term 16 x + 2 für:

$x = -2$, $x = 0$, $x = \frac{3}{8}$?

c) Berechne:

$\frac{4}{3} \cdot 9$ $\sqrt{6^2 + 8^2}$ $\sqrt{0{,}25}$ $-3{,}7 + 4{,}2$

d) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, beim Würfeln eine Zahl größer 3 zu werfen?

e) Wie viel sind 30 % von 300 ?

f) Nenne einen Gegenstand, der etwa 1 t Masse besitzt.

g) Welche Gleichung hat eine Gerade, die die Steigung 2 und den y-Achsenabschnitt 4 besitzt?

h) Wie groß ist die Winkelsumme im Viereck?

i) Ein Futtervorrat reicht für 6 Pferde 4 Tage lang. Wie lange reicht der Vorrat für 2 Pferde?

j) Berechne 30 % derjenigen Zahl, die geteilt durch 8 die Zahl 20 ergibt.

Aufgabe 2

a) Wandle um:

0,04 m in cm, 5,3 t in kg, 71 mm in dm, 2,5 l in ml, 0,06 m^2 in cm^2

b) Berechne:

$\frac{2}{3} + \frac{3}{4}$ $\sqrt{361}$ $(-2{,}5) \cdot (-8)$ $(-0{,}7)^2 + 1{,}2$

c) Ein 3 m langer Zaun soll um 25 % verlängert werden. Wie lang wird er werden?

d) Wie heißt die Menge aller Punkte, die zu zwei Dreiecksseiten gleichen Abstand haben?

e) Für welchen Wert von x bekommt der Term 8 x – 3 den Wert

5, - 11, 1, 3, 0 ?

f) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wirft man mit einer Münze dreimal hintereinander „Wappen“?

g) Wie lang ist eine Strecke von 5 km auf einer Landkarte im Maßstab 1 : 10000 ?

h) Ein Dreieck besitzt den Flächeninhalt A = 20 cm^2, und die Grundseite ist 8 cm lang.

Wie groß ist die Höhe, die zur Grundseite gehört?

k) Die Wurzel welcher Zahl ergibt 13?

l) Welche Art Vierecke besitzen nur genau eine Symmetrieachse?

m) Welche Lösung hat die Gleichung $3 \cdot x + 1 = 13$?

Aufgabe 3

a) Berechne: $3\frac{1}{5}:\frac{8}{5}$.

b) Zwei ähnliche Dreiecke haben die Flächeninhalte 4 cm^2 und 36 cm^2.
Wie groß ist der Ähnlichkeitsfaktor k?

c) Gib in Prozent an: 4 von 32.

d) Wie groß sind die Winkel in einem gleichseitigen Dreieck?

e) Gib Gleichungen zweier Geraden an, die sich nicht schneiden.

f) Welchen Umfang und welchen Flächeninhalt hat ein Rechteck, dessen Seiten 3 cm und 5 cm lang sind?

g) Gib in Litern an: 0,5 m^3

h) Faktorisiere: x^2-9, $x^2+8x+16$, x^2-144, $x^2+7x+12$

i) Berechne: $10-2\cdot(1-2{,}5)$

j) Alfons fährt eine Strecke in 24 Minuten. Bert fährt dreimal so schnell. Wie viel Zeit braucht er?

k) In einem Hotel gibt es nur 2-Bett- und 3-Bett-Zimmer. Insgesamt hat das Hotel 35 Betten in 15 Zimmern.
Wie viele 2-Bett- und wie viele 3-Bett-Zimmer hat das Hotel?

Aufgabe 4

a) Wie viele Nullstellen besitzt der Graph zu $y = -x^2 + 4$?

b) Wie viele Symmetrieachsen besitzt ein Quadrat?

c) Fasse zusammen: $39b-10b+5b$

n) Berechne:

$\frac{2}{5}+\frac{4}{10}$ $\quad -4{,}7+5{,}2$ $\quad -\frac{8}{3}:\frac{1}{4}$ $\quad -0{,}2^2+0{,}2$

d) In jede fünfte Packung Corn Flakes wird eine kleine Tüte Popcorn gelegt. Signora Calimero kauft drei Packungen Corn Flakes. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie eine Tüte Popcorn erhält?

e) Gib das Volumen von 50 Litern in cm^3 an.

f) Multipliziere aus: $2\cdot(x+3)^2$

g) Berechne das Dreifache des Terms 12x – 7.

h) Ein Tisch ist 50 cm breit und 80 cm lang. Gib die Größe der Tischfläche in m^2 an.

i) Gib die Gleichungen zweier Geraden an, die sich im Punkt (0; 3) schneiden.

j) Lässt sich ein Dreieck mit den Seitenlängen a = 4 cm, b = 3 cm, c = 1 cm konstruieren?

k) Berechne: $\frac{2}{3}$ von 90 , 12 % von 120 m, 4 % von 160 l .

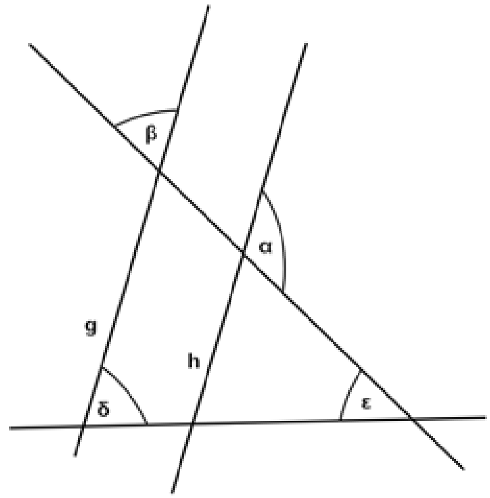
Aufgabe 5

a) Wie groß ist die Winkelsumme im Fünfeck?

b) Die Geraden g und h liegen parallel zueinander.

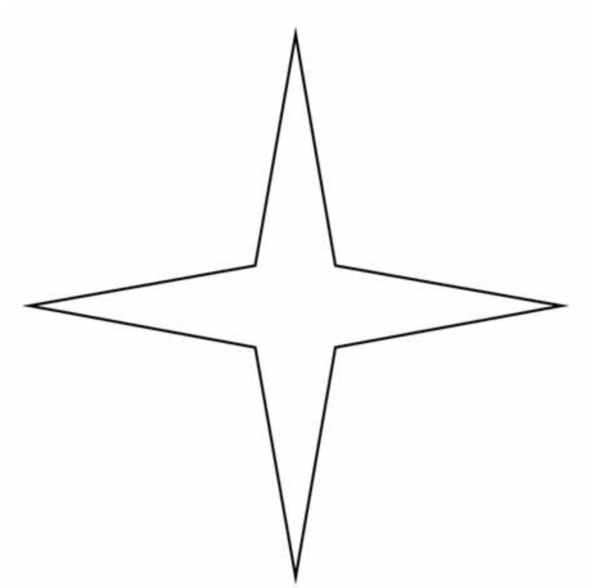
Wenn $\alpha = 105°$ ist, wie groß ist dann der Winkel β?

Wenn $\varepsilon = 70°$ ist, wie groß ist dann der Winkel δ?



c) Eine Getränkefirma plant, einen Liter Traubensaft in einer quaderförmigen Verpackung auf den Markt zu bringen. Biete der Firma Lösungen für dieses Problem an.

d) Wie groß ist die Summe der Innenwinkel nebenstehender Figur? Wie groß ist die Summe der Außenwinkel nebenstehender Figur?



e) Eine Autofahrt kostet 0,25 pro km. Berechne die Kosten für eine 200 km lange Fahrt.

f) Wenn du vom Doppelten einer Zahl 6 abziehst, dann erhältst du die Hälfte der gesuchten Zahl. Stelle die zugehörige Gleichung auf.

g) Lisa erhält für ihr Sparguthaben jährlich 4 % Zinsen. Am Ende des ersten Jahres hat sie 312 auf dem Sparbuch. Wie viel Geld hatte sie zu Beginn des Jahres?

Aufgabe 6

a) Berechne $(9 \cdot 4)^{\frac{1}{2}}$

b) Wo schneidet der Graph der Funktion f mit $f(x) = (x-4)^5$ die x-Achse?

c) In welchen Quadranten des Koordinatensystems verläuft der Graph der Funktion g mit $g(x) = x^3 + 7$

d) Berechne die Fläche eines Halbkreises mit dem Radius r = 6 m.

e) Gib die Winkel eines gleichschenklig-rechtwinkligen Dreiecks mit der Hypotenuse a an.

f) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, mit zwei Würfeln einen Pasch zu werfen?

g) Eine Gerade schneidet die x-Achse in A(-2 | 0) und die y-Achse in B(0 | 4). Gib ihre Gleichung an.

h) Drei Liter Saft kosten 2 Euro ohne MwSt. Wie teuer sind sie, wenn noch 19 % MwSt. dazukommen?

i) Berechne: $3^4 + 4^3 =$

j) Wie groß ist der Durchmesser des Umkreises eines rechtwinkligen Dreiecks mit den Seitenlängen 3 cm, 4 cm, 5 cm?

Aufgabe 7

a) Berechne: $1 \cdot 2 - 3 + 4 : 5$.

b) Die Länge einer Quadratseite beträgt a cm. Wie berechnet man die Länge der Diagonalen?

c) Berechne: $3^4 \cdot 3^{-3}$

d) Gibt es ein rechtwinklig-gleichschenkliges Dreieck?

e) Klammere so weit wie möglich aus: $3x^2 - 18x$.

f) Gib eine Formel zur Berechung des Kreisumfangs an.

g) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, aus einem Skat-Blatt einen König zu ziehen?

h) Schätze die Größe deines Mathelehrers. Gib in mm an.

i) Gib die Zuordnungsvorschrift einer linearen Funktion an, deren Graph nicht durch den ersten Quadranten verläuft.

j) Eine verschobene Normalparabel schneidet die x-Achse an den Stellen x_1 = -2 und x_2 = 3. Gib eine geeignete Zuordnungsvorschrift an.

Aufgabe 8

a) Gib die Lösungsmenge an zu $25 = x^2$.

b) Auf welcher Kurve liegen alle Punkte mit dem Abstand 4 cm zu Z?

c) Wie lang ist eine Strecke von 500 m auf der Landkarte im Maßstab 1:10.000?

d) Nenne einen Gegenstand, der etwa 1 t wiegt.

e) Wie lautet die Gleichung der Geraden mit der Steigung 2 und dem y-Achsenabschnitt 4?

f) Ist das Dreieck mit den Seitenlängen a = 4cm, b = 3cm und c = 1cm konstruierbar oder nicht?

g) Ein Futtervorrat reicht für 6 Pferde 4 Tage. Wie lange reicht er für 2 Pferde?

h) Wie viele Nullstellen kann eine Parabel höchstens besitzen?

i) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, beim Würfeln eine Zahl größer als 3 zu werfen?

j) Löse $3 \cdot x + 1 = 13$.

Aufgabe 9

a) Aus einem großen Tank wird Fruchtsaft in Packungen gefüllt. Mit dem Tankinhalt kann man 2.000 Packungen von 0,5 l Inhalt füllen. Wie viele 1 l Packungen kann man mit diesem Tank füllen?

b) Berechne: $\frac{1}{3}+\frac{8}{9}:4$.

c) Lässt sich ein Dreieck eindeutig konstruieren, von dem man nur die drei Seitenlängen: a = 6 cm, b = 4 cm und c = 1,5 cm kennt?

d) Gib die Gleichung einer Gerade an, die parallel zur x-Achse verläuft und nur positive Funktionswerte annimmt.

e) Gib die Funktionsgleichung einer Parabel mit den Nullstellen bei $x=-1$ und $x=4$ an.

f) Berechne $\frac{a^4 \cdot b^3}{a^3 \cdot b^2}$

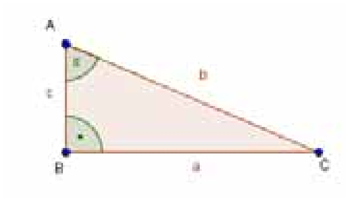
g) Berechne die Wahrscheinlichkeit, aus einem Skatblatt eine rote Dame zu ziehen.

h) Gib die Funktionsgleichung einer Potenzfunktion des Typs $f(x)=a\cdot x^n$ an, die durch die Punkte P(1 | 0,5) und Q(2 | 4) verläuft.

i) Schreibe als Dezimalbruch: $\frac{5}{8}$.

Das ist dein Basiswissen

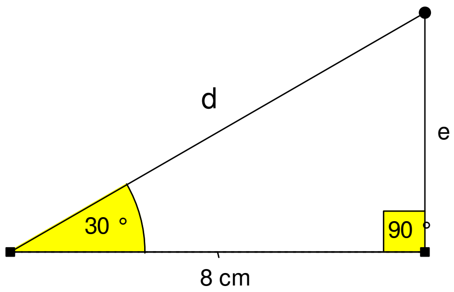
Aufgabe 1



Markiere zum Winkel □ die Gegenkathete in Rot, die Ankathete in Blau und die Hypotenuse in Grün.
Gib dann den Sinus, den Kosinus und den Tangens der beiden Winkel jeweils als Längenverhältnisse an und berechne diese.
a = 3 cm ; b = 5 cm und c = 4 cm.

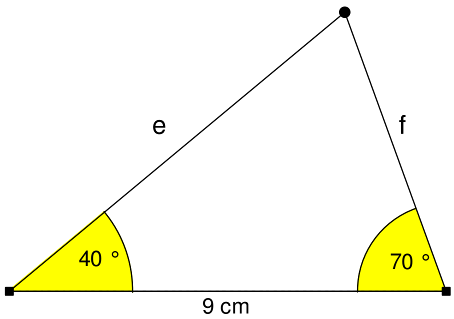
Aufgabe 2

Benenne die Gegenkathete und die Ankathete zu α und die Hypotenuse. Berechne die fehlenden Seiten auf zwei verschiedenen Wegen.



Aufgabe 3

Berechne die fehlenden Seitenlängen.

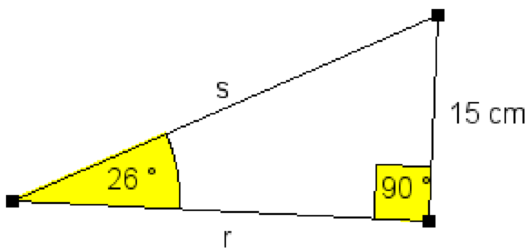


Aufgabe 4

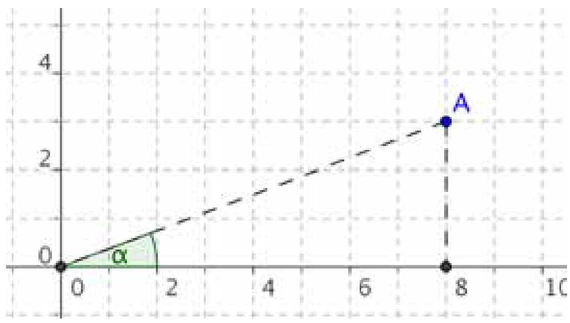
Eine Rampe für Rollstuhlfahrer beginnt 6,50 m vor dem höher gelegenen Eingang. Der Neigungswinkel beträgt 4,4°.
Bestimme die Höhe, die mit der Rampe überwunden wird.

Aufgabe 5

a) Berechne r und s.



b) Berechne die Größe des Winkels □.



Aufgabe 6

Ein Straßenschild zeigt für die nächsten 230 m einen Anstieg von 9 % an. Berechne den Höhenunterschied, der auf dieser Strecke überwunden wird, und den Winkel, unter dem die Straße ansteigt.

Aufgabe 7

Berechne die **übrigen Stücke** des Dreiecks ABC. Gib auch den **Flächeninhalt** an.

a) $b = 8{,}5$ cm
$c = 3{,}1$ cm
$\beta = 111°$

b) $\alpha = 115°$
$\gamma = 97°$
$c = 4{,}8$ cm

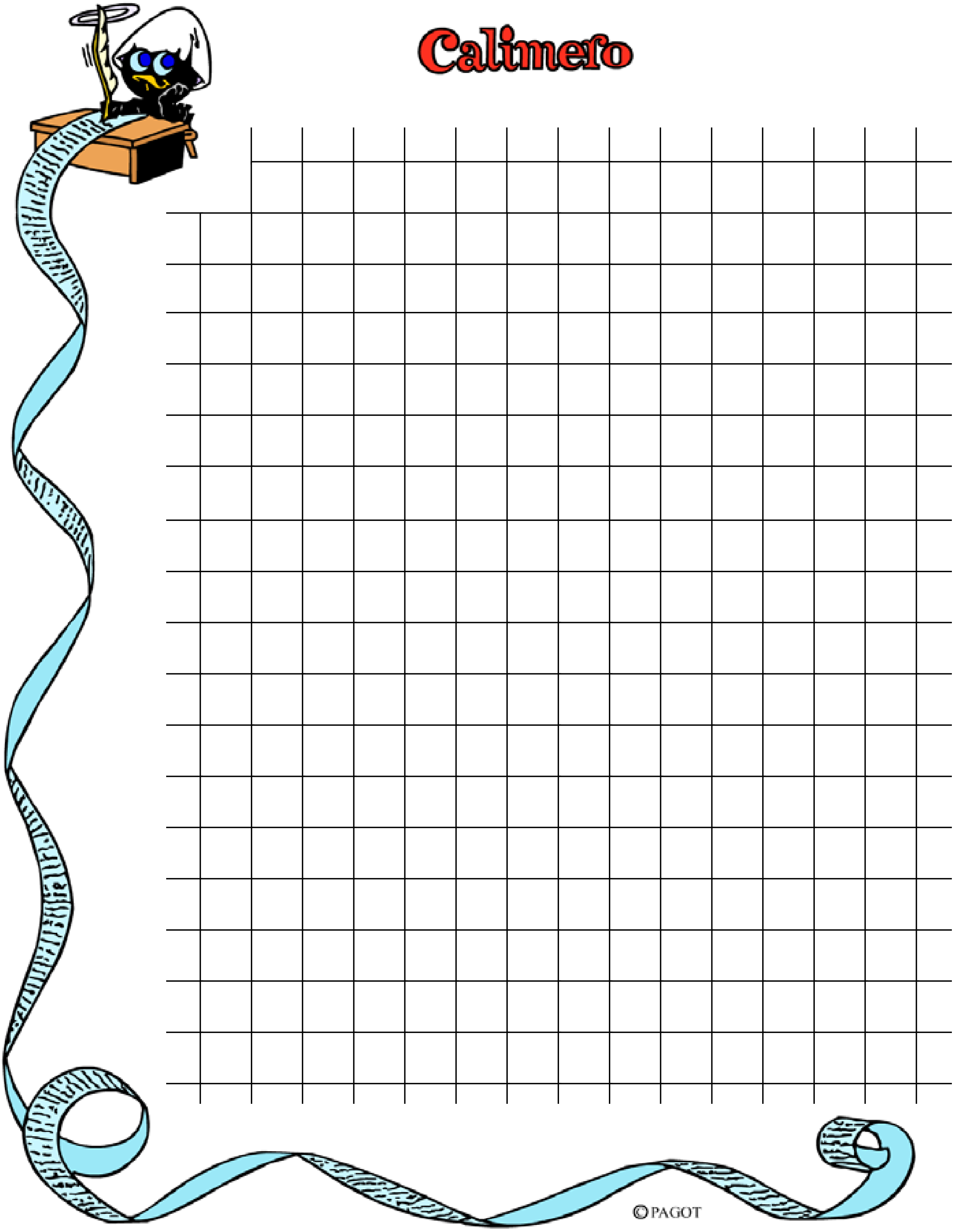
Aufgabe 8

Der Hersteller von Objektiven für Spiegelreflexkameras gibt zu den Objektiven die horizontalen Blickwinkel an.
Ein 90 m breites Schloss soll fotografiert werden.
Welchen **Abstand vom Gebäude** muss man bei einem Weitwinkelobjektiv mindestens haben, um das Schloss vollständig auf das Bild zu bekommen?
Fertige eine Planskizze an.

Objektiv	**Bildwinkel**
28 mm (Weitwinkel)	75°

Aufgabe 9

Nach einem Sicherheitshinweis soll eine Leiter in einem Winkel von etwa 15° an die Wand angestellt werden. Welchen Abstand von der Wand sollte danach eine 4 m lange Leiter am Boden aufweisen?


Calimero
©PAGOT

Calimero

CAliMERO

Computer-Algebra im Mathematikunterricht: Entdecken, Rechnen, Organisieren

METHODISCH UND DIDAKTISCHE HANDREICHUNG
BAND 7

Kontakt:

T³ DEUTSCHLAND

www.t3deutschland.de

Kooperationspartner:

Texas Instruments

education.ti.com/deutschland

www.calimero.com

ISBN 978-3-86877-014-8